測圓海鏡細草

二

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

測圓海鏡細草

(二)

李冶撰

測圓海鏡細草卷第六

翰林學士知制誥同修國史欒城李治撰

大勾一十八問

或問乙從東門直行一十六步甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同

法曰甲東行內減二之乙南行復以乘甲東行爲實四之甲東減內減二之乙東行爲從四益隅得半徑

草曰立天元一爲半徑以二之加乙東行得 爲中勾以中勾減於甲東行得 爲勾率也其天元半徑卽股率也置甲東行爲大勾以股率乘之得合以勾率除之不受除便以此爲大股內帶勾率分母再置天元以二之以勾率乘之得減於大股餘 爲股圓差於上內有勾率分母又以二之天元減甲東行得 爲小差以乘上位得爲半段黃方冪內有勾率分母寄左然後以天元自之又以勾率乘之又就分倍之得爲同數與左相消得開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出東門南行三十步而立甲從乾隅東行三百二十步望乙與城參相直問荅同前

法曰甲乙相乘爲實甲東行爲從二虛法平開得半徑

草曰識別具見大股第二問中　立天元爲半徑內減乙南行得 𝍠 𝍡 爲虛股以乘通勾甲東行得 𝍢 𝍣 爲半段城徑冪 寄左 然後以天元自之又就分二之得 𝍤 𝍥 爲同數與左相消得 𝍦 𝍧 開平方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出南門直行一百三十五步而立甲從乾隅東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰以乙南行乘甲東行冪爲實二之乙南行乘甲東行爲從方廉空二步常法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以二之加於乙南行得 𝍨 𝍩 爲股率以天元減甲東行得 𝍪 𝍫 爲勾率乃置乙南行以勾率乘之得 𝍬 𝍭 合股率除不除便以此爲小勾此卽半梯之頭 內帶股率分母 寄左 乃以股率乘天元冪得 𝍮 𝍯 又以勾率乘之得 𝍰 𝍱 爲半徑冪 內帶股率分母 寄左 乃以股率乘天元冪得 𝍲 𝍳 爲同數與左相消得 𝍴 ○ 𝍵 開立方得一百二十步倍之卽城徑也合問

或問乙出南門東行七十二步甲從西北隅取直東行三百二十步見乙問荅同前

法曰二行相乘爲實以乙東行爲從一步常法得半徑

草曰立天元一爲半城徑以減甲東行步得 𝍶 𝍷 爲梯底以乙東行七十二步爲梯頭以乘之得 𝍸 𝍹 爲半徑冪 寄左 然後以天元冪與左相消得 𝍺 𝍻 以平方開之得一百二

十步倍之即城徑也合問

或問乙從西南隅直東行一百九十二步甲從西北隅直東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘爲實二行相併爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置之上以減於乙東行得 爲梯底以乘上位得 爲半徑冪 寄左 然後以天元冪與左相消得 上法下實即半徑也合問

或問乙從坤隅直南行三百六十步而止甲從乾隅直東行三百二十步望見乙問荅同前

法曰二行步相乘倍之爲實二之甲東行爲從一步常法得城徑

草曰立天元一以爲城徑加乙南行得 爲股二行步相併得六百八十步爲弦甲東行爲勾勾股相乘得 又倍之得 爲二直積 寄左 然後以勾股弦相併得 爲三事和以天元乘之得 爲同數與左相消得 開平方得二百四十步即城徑也合問

或問東門南不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步望樹與城參相直復就樹斜行一百七十步至樹問荅同前

法曰。兩段東行步冪內減兩段東行斜行相乘數。爲實。〔案〕或云倍東行步。以二行差乘之。亦同。二之東行。爲從。一益隅。草曰。別得東行步。卽大勾。斜行步。卽小弦也。乃立天元一。爲城徑。減東行步得 。爲勾圓差也。今爲小勾。置東行步。以斜步乘之。得 。合以小勾除之。今不受除。便以此爲大弦。內帶小勾分母。再置東行步。以小勾乘之。得 。爲大勾。以減大弦。得 。爲大差。合以小差乘之。緣內帶小差分母。更不須乘。便以此爲半段黃方冪。更無分母。又二之。得 。爲一段黃方冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得 。開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

依前問。假令乙出東門。南行不知步數而止。甲從乾東行三百二十步。望乙。與城相直。復就乙斜行一百七十步。

法曰。以甲東行。乘二行差冪。爲實。以甲東行。乘二之二行差。爲益方。二之二行差。爲隅法。

草曰。識別得二行相減。餘一百五十。卽半城徑與乙南行共數也。得此數。更不須用斜。立天元一。爲半徑。減於二行差。得 。卽半梯頭也。又以二天元。減甲東行步。得 。爲勾率。又以一百五十爲股率。乃置甲東行。以股率乘之。得 。合勾率除。不除。便以此爲大股。內寄勾率分母。再置天元。以勾率乘之。得 。以減於大股。得 。爲半梯底也。頭底相乘。得 。爲同數。與左相 。爲半徑冪也。內帶勾率分母。寄左。然後以勾率乘天元冪。得 。

消得 開平方得一百二十步倍之即城徑也合問

或問南門東不知遠近有樹甲從乾隅東行三百二十步見樹復向樹斜行二百七十二步至樹問荅同前

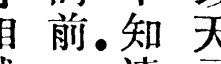
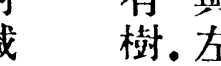
法曰二之二行差乘二之甲東行爲實併二之二行差及二之甲東行爲從二步益隅

草曰別得二行相減餘四十八步即虛積之勾也 立天元一爲城徑內減二之二行差得 爲梯底以乘上位得 爲梯頭於上再置甲東行步以二之內減天元得 爲梯底以乘上位得 爲城徑冪寄左然後以天元冪與左相消得 開平方得二百四十步即城徑也合問 翻法在記

或問甲從乾隅東行三百二十步而止乙出南門直行不知步數望見甲復就甲斜行四百二十五步與甲相會問荅同前

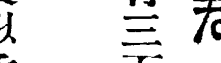
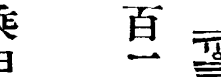
法曰二行步相減以乘東行步得數又以半之東行步乘之爲實以半之東行步乘東行步於上以二行步相減餘乘東行步減上位爲從二之東行步爲益廉一步常法得半徑

草曰識別得二行相減是高積上勾股較 此勾即半徑也 又別得是高弦不及股圓差數乃立天元爲半城徑以減東行步得 爲中勾其斜行步即中弦也又置半城徑以斜步乘之得 合以中

勾除之。不受除。便以此爲高弦。（內寄中勾爲母。）又以二行步相減。餘一百五步。爲高弦不及股圓差數。置此數。以中勾乘之。得 。加入高弦。得  。爲大差。於上。（內帶中勾分母。）又倍天元。減東行步。得 。爲小差。又半之。得 。以乘上位。得 。爲半徑冪。（內有中勾分母。寄左。）乃以天元自乘。又以中勾乘之。得 。爲同數。與左相消。得  。以立方開得一百二十步。倍之。即城徑也。合問。

或問甲乙二人。俱在乾隅。乙直南行。不知步數而立。甲直東行三百二十步。望見乙。復就乙斜行六百八十步。與乙相會。問答同前。

法曰。以二行差乘甲東行步。又二之。爲實。以二之二行差爲從。一步常法。

草曰。別得二行步相減。餘三百六十步。即股圓差也。乃立天元一爲圓徑。以減於甲東行步。得 。爲小差。以東行斜行差、三百六十步乘之。得  。又倍之。得  。爲一段城徑冪。（寄左。）乃以天元冪與左相消。得 。開平方。得二百四十步。即城徑也。合問。

或問東門外。不知遠近有樹。甲從乾隅東行三百二十步。望樹與城參相直。復就樹斜行一百三十六步。至樹。問答同前。

法曰。倍二行相減數。內減甲東行。得數。復以乘甲東行。爲實。（〔案〕或以倍斜步。以減甲東行。餘以甲東行乘之。亦同。）倍二行差爲從。

二步虛常法得半徑

草曰識別得斜行步乃樹至城心步也　立天元一爲半徑加斜行步得即樹至城西門之步也乃以減於甲東行得下爲小勾率其天元半徑即小股率其斜步即小弦數也再置甲東行步內減天元得爲梯底、於上又置梯底內減二之小勾率得〔案〕倍小勾得三百六十八步少二元・以少二元・減梯底之少一元・反爲多一元・以三百六十八步・減梯底之三百二十步・反爲少四十八步也・　以乘上位得爲半徑冪　寄左・乃以天元冪與左相消得下式以平方開之得一百二十步倍之即城徑也合問

或問南門外不知步數有槐樹一株甲從乾隅直東行至柳樹下望見槐樹復斜行至槐樹下甲自云我共行了七百四十五步乙從坤隅南行望見槐柳與城參相直復斜行至槐樹下乙自云我南行步多於斜行步一百五步

〔銳案〕此問有草無法・蓋傳寫脫去・案卷第五第十二問・與此相類・惟南行東行爲異耳・今據彼法及下細草補之・當云甲東行・減於甲斜行・以乘甲東行・得數・復以乘二之甲東行・爲實・半之甲東行・以乘二之東行、於上・甲東行・減於甲斜行・餘復以乘甲東行・又倍之・減上位・爲從方・二之甲東行・爲益廉・五分隅法・

〔案〕此問下有草無法今依細草補之

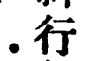
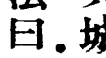
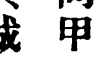
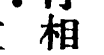
法曰置甲共步內減乙較步餘數折半自之再倍乙較步、乘之爲立方實置上減餘折半數又減二之乙較步復以減餘折半數、乘之爲從甲共步內減乙較步爲廉五分爲負隅開立方得城徑〔銳案〕

廉・當云益廉・負隅・當云隅・蓋加減所得多少・與相消所得正負相反也・

草曰。識別得一百五步是大差多於高弦數。又爲高弦上勾股差數。又別得是甲斜行多於東行數也。乃副置甲共行七百四十五步在地。其上位加一百五步而半之。得四百二十五步。卽甲斜行也。其下位減一百五步而半之。得三百二十步。卽甲東行也。乃立天元一爲圓徑。以半之。減於甲東行步。得 爲中勾。其甲斜行四百二十五步。卽中弦也。再置天元。以半之。爲小勾。以中弦乘之。得 合以中勾除。不除。便以爲高弦。於上。（內帶中勾分母。）別置乙多步一百五步。以中勾乘之。得 爲大差多於高弦數也。以加入上位。得下式。 爲一个大差也。置甲東行。以天元減之。又倍之。得 爲兩个小差。以乘大差。得下 爲一段黃方冪。（內帶中勾寄左・分母・）然後置天元冪。不中勾通之。得 與左相消。得 開立方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

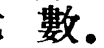
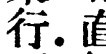
或問出東門。直行不知步數。有槐樹一株。出南門。東行不知步數。有柳樹一株。槐柳斜相距一百五十三步。甲從乾東行三百二十步。望槐柳與城參相直。問荅同前。

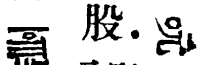
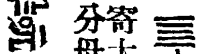
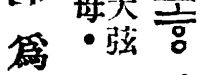
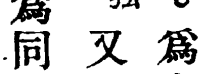
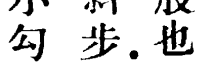
法曰。二行相乘訖。又以乘甲東行冪。爲實。斜行乘甲東行冪。又三之。爲從方。甲東行冪內減兩段二行相乘數。爲第一廉。二之甲東行。爲益二廉。二步常法。開三乘方。得半徑。

草曰．立天元一爲半徑．以二之．減於甲東行．得 。爲小差．以自之．得  。加於甲東行冪．復半之．得  。爲大弦．（內帶小差分母．）又置斜相距步．以大勾乘之．得  。合大弦除．不除．便以此爲小勾．（內帶大弦分母．）乃以天元減甲東行數．得 。爲半梯底．以乘小勾半梯頭．得  。爲半徑冪．於上．此半徑冪內．有大弦分母．此大弦分母．元帶小差分母．故先用小差分母．以乘上半徑冪．得 。爲半徑冪也．內只帶本大弦分母．（寄左．）然後以大弦乘天元冪．得 。爲同數．與左相消．得下 。開三乘方．得一百二十步．即半城徑也．合問．

或問甲從乾隅東行三百二十步而止．丙出東門南行．乙出東門直行．各不知步數而立．甲迴望乙丙．悉與城參相直．既而乙就丙斜行三十四步相會．問荅同前．

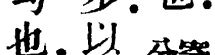
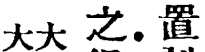
法曰．甲東行．再自之．於上．以二之．斜行步乘甲東行冪．減上位．爲立方實．兩段東行冪內．減兩段東行斜行相乘數．爲益從．以甲東行加五．（〔案〕加五即加半．）爲從廉．五分虛隅．得全徑．

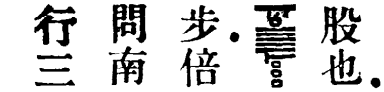
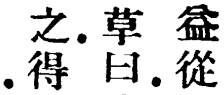
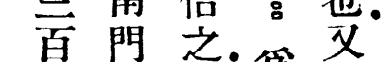
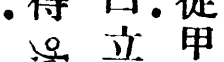
草曰．立天元一爲城徑．以減於甲東行步．得 。爲小差．以自之．得  。爲小差冪也．乃置甲東行冪．內加小差冪而半之．得  。爲大弦也．（內帶小差分母．）又置甲東行冪．內減小差冪而半之．得 。爲大股也．（內帶小差分母．）乃置斜行步在地．以大股乘之．得 。合

以大弦除之不除而又倍之得  爲梯頭也（即兩个小股・內寄大弦爲母・權寄・）乃置天元圓徑以半之以小差分母通之得  以減於大股餘得  又倍之得  爲梯底也（即兩个邊股・內亦有小差分母・）以乘權寄得 爲城徑冪也（內寄大弦及小差分母・寄左・）然後以天元自之爲冪以大弦通之又以小差通之得 爲同數與左相消得  開立方得二百四十步即城徑也合問

依前問假令東門外有樹乙出東門南行不知步數而立（只云樹去城步少於乙南行步・）甲從乾隅向東行三百二十步望乙與樹悉與城參相直乙復就樹斜行三十四步到樹問荅同前

法曰甲東行自之又以斜步乘之爲立方實以斜行乘甲東行、於上以半段甲東行冪加（〔銳案〕當云內減・）上位爲從廉空半步常法得勾圓差

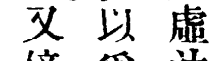
草曰別得乙斜行即重弦也重弦得小勾股即大股弦較也乃立天元一爲勾圓差以自之爲冪副之上以加於甲東行冪而半之得  爲大弦也（寄小差分母・）乃置斜步以大股乘之得 爲大股也（寄小差分母・）下以減於甲東行冪而半之得 爲小股（寄大弦分母・）又置斜步以甲東行乘之得 合大弦除不除便以此爲小勾而又以通母分通之得 爲同分小勾也（寄大弦分母・）注（大股乘時・有小差分母・今大勾無母・故又以齊同之・）又置斜步以大弦通之得 

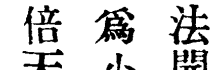
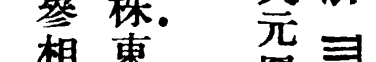
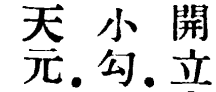

爲同分小弦也。三位相併得

爲勾圓差也。寄左。然後置天元。以大弦通之。得

爲同數。與左相消。得

開立方。得八十步。卽勾圓差也。以勾圓差減於甲東行步。餘二百四十。卽城徑也。合問。

或問南門外。不知步數。有樹。甲從乾東行三百二十步而立。乙出西門便南行。望樹及甲與城參相直。却就樹斜行二百五十五步至樹。問荅同前。

法曰。二行相乘。於上。以半之甲東行。乘之。爲實。二行相乘。於上。又半之甲東行。以乘甲東行。加上位。爲益從。甲東行爲從廉。一步虛法。開立方。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。便以爲小勾。其斜行。卽小弦也。乃以甲東行爲大勾。以小弦乘之。復以天元除之。得

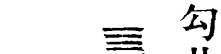
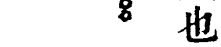
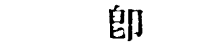
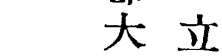
卽大弦也。又倍天元。減東行。餘

爲小差。以減大弦。餘

爲大股也。又倍天元。以減股。餘

爲大差也。却以半小差

乘之。得下式。

爲半徑冪。寄左。乃以天元冪與左相消。得下式。

開立方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

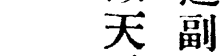
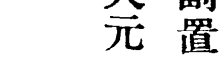
或問南門外。不知步數。有槐樹一株。東門外。不知步數。有柳樹一株。槐柳相距二百八十九步。甲從乾東行三百二十步。斜望槐柳與城參相直。問荅同前。

法曰二行相乘得數又自增乘爲實斜步冪乘甲東行又倍之爲益從兩行相乘又倍之爲益廉二之斜步爲第二廉二步常法開三乘方得柳至城心步

草曰別得柳至城心步卽甲立處至柳樹步也　立天元一爲柳至城心步加斜步得 爲底弦以天元乘之得 合斜步除不除便以此爲底勾（寄斜步分母）乃再置通勾以斜步乘之得 爲帶母通勾內減底勾餘式 爲半徑以自之得  爲半徑冪內帶斜步冪分母（寄左）乃以天元減斜步得 爲明弦以天元乘之得  合斜步除不除便以此爲半梯頭（寄斜步爲母）復以底勾半梯底乘之得  爲同數與左相消得  開三乘方得一百三十六步卽柳至城心步也合問

或問甲從乾隅東行三百二十步而立乙出城東行丙出城南行三人相望俱與城相直乙丙共行了一百五十一步問荅同前

法曰以甲東行爲冪折半又以自之爲三乘方實倍共步加甲東行以乘半段甲行冪爲從方甲行乘共數爲從廉甲東行加五爲第二益廉二分五釐常法得小差

草曰別得乙丙共行步卽明股卽勾共也　立天元一爲小差以自之副置二位上位減於甲東行冪以天元除之又折半得  卽大股也下位加甲行冪以天元除之又折半得 

爲大弦也。其甲東行。卽大勾大股得

卽大和也。再立天元。以減甲東行步得

卽圓徑也。以圓徑加共步得

卽皇極和也。（卽小和・又爲高弦平弦共數・）又倍之。得

卽黃長弦黃廣弦共也。內減大弦。得下式。

爲皇極內小黃方也。（亦爲虛弦・）
再置大和

以小黃方乘之。得下式。

合以小和除之。不除。便以此爲城徑內寄小和爲母。（寄左・）然後以天元減甲東行得

爲大黃方。以小和乘之。得

爲同數。與左相消。得

開三乘方。得八十步。卽小差也。以小差減甲東行。餘二百四十步。卽城徑也。合問。

或問丙出南門東行。乙出東門南行。各不知步數而立甲從乾隅東行三百二十步。望乙丙悉與城參相直。乙就丙斜行一百二步相會。問荅同前。

法曰。甲東行自之。於上倍斜行步。乘之。爲立方實。倍斜行步。乘甲東行。於上加兩段甲東行冪。爲從四之。甲東行。爲益廉。四爲隅法。得半城徑。

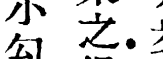
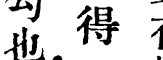
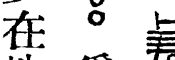
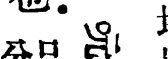
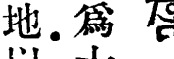
草曰。別得斜步。卽小虛弦。減於全徑。卽小和也。乃立天元一。爲半徑。以二之。減於甲東行。得

爲小差也。以自之。得

爲小差冪也。置甲東行冪。內加小差冪而半之。得下

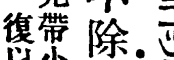
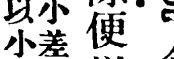
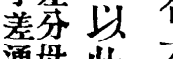
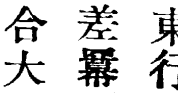
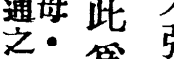
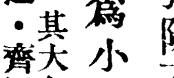
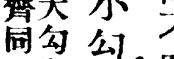
爲大弦。（內帶小差分母・）置甲東行冪。內減小差冪而半之。得

爲大股也。內亦帶小差爲母。

又以小差乘大勾得  併入大股得 爲大和也。帶小差母。乃先以小弦乘大和得下  寄左。次以斜步減於二天元得  爲小和。以乘大弦得下式  爲同數。與左相消得  開立方得一百二十步。卽半城徑也。合問。

依前問。假令乙出東門南行。丙出南門東行。各不知步數而立。只云丙行步・多於乙行步・甲從乾隅東行三百二十步望乙丙與城參相直。其乙丙共行了一百二步。問荅同前。

法曰。倍共步以乘甲東行冪爲立方實。共步乘甲東行。於上又以甲東行自之。加上位爲益從。甲東行爲從廉。五分虛常法。得城徑。

草曰。別得共步便爲小弦。得小勾。小股、卽與圓徑同。立天元爲城徑。以減甲東行。得  爲小差。以自之。得  爲小差冪也。乃置甲東行。以自之爲冪副之上。以加小差冪而半之。得  爲大弦也。內寄小差分母・下以減小差冪而半之。得下  爲大股也。內寄小差分母・乃置共步在地。以大股乘之。得  合大弦除。不除。便以此爲小股也。寄大弦分母・又置共步以甲東行乘之。得  合以大弦除。不除。便以此爲小勾。而又以元分母小差乘之。得  爲同分小勾也。只寄大弦分母・

注　其大弦內・元帶小差分母・其大勾內・却無分母・故今乘過・復以小差通之・齊同其分母也・又置共步以大弦通之。

得 同分小弦也。三位相併得 爲城徑也。內有大弦寄左。分母。然後置天元城徑。以大弦分母通之。得 爲同數。與左相消。得 開立方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

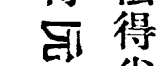
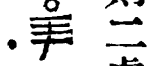
測圓海鏡細草卷第七

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

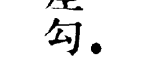
明朱前一十八問

或問出南門東行七十二步有樹出東門南行三十步見之問荅同前

法曰倍南行以乘倍東行爲平實併二行又倍之爲從一虛隅得城徑

草曰識別得此問名爲弦外容圓又爲內率求虛積其二行步相併爲虛弦若以相減卽虛較也又倍東行爲弦較和倍南行卽弦較較此二數相乘則兩虛積也若直以二行相乘則半个虛積也又倍行減於城徑餘卽二虛勾也倍南行減於城徑則二虛股也虛積上三事和卽城徑也乃立天元一爲圓徑便以爲三事和也倍二行步減之得  爲黃方一天元乘之得 爲二虛積寄左然後倍東行以乘倍南行得八千六百四十爲同數與左相消得  益積開平方得二百四十步卽城徑也合問

又法二行步相乘爲實二行步相併爲從一步虛法得半徑

草曰立天元一爲半徑副置二位上加東行步得  爲大差勾下加東股得 爲小差

股。此二數相乘。得下式。一 ○ 二 ||| ||| ○ 爲半段黃方冪。寄左。然後立天元。以自之。又二之。與左相消。得 十 ○ 二 ||| ||| ○ 益積開平方。得一百二十步。卽半城徑也。

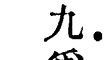
又法。二云數相乘。倍之。於上加云數差冪。權寄。併二云數。又自增乘。得數。內減上位。爲平實。併云數而倍之。爲從。二步益隅。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。副之上。減明勾。得下 ||| 止 十 爲虛勾。下減重股。得 ||| 丰 ○ 爲虛股。勾股相乘。得 一 ○ ||| ||| ○ 又倍之。得 二 ○ ||| ||| ○ 又加二行差冪。 ||| 止 ||| 爲弦冪。寄左。然後併云步以自之。得 一 ○ ||| ||| 於太極位。爲同數。與左相消。得 十 ○ 二 ||| ||| ○ 益積開平方。得一百二十步。卽半城徑也。

又法。云數相乘。又倍之。爲平實。云數相減。爲從。一常法。得虛勾。

草曰。立天元一爲虛勾。以南行減東行。餘四十二步。爲虛較也。以虛較加天元。得 一 ||| ||| 爲虛股。以天元乘之。得下 一 ||| ||| 爲直積。寄左。然後倍南行。乘東行。得 ||| ||| ○ 與左相消。得 十 ||| ||| ||| ○ 開平方。得四十八步。卽虛勾也。以勾除積。得九十步。卽虛股也。併勾股。得 ||| ||| 爲虛和也。內加入二行併 一 ○ 二 得 ||| ○ 卽圓徑也。

又法。併兩行步。以自乘。於上。又倍南行乘倍東行。加上位。爲平實。一隅法。得小和。

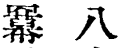
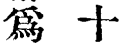
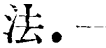
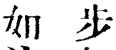
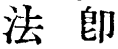
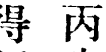
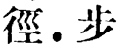
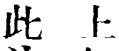
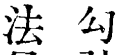
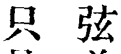
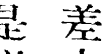
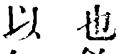
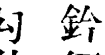
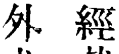
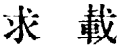
草曰。立天元一爲小和。併二行步加之。得 以減三事和。餘 爲黃方。却以三事和乘之。得下 爲二虛積也。寄左。乃倍南行。以乘倍東行。得 爲同數。與左相消。得  開平方。得一百三十八步。卽虛和也。加入二行步。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問丙出南門。直行一百三十五步而立。甲出東門。直行一十六步見之。問荅同前。

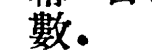
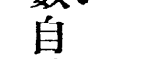
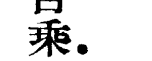
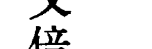
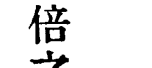
法曰。以丙行步一百三十五再自之。得二百四十六萬〇三百七十五。於上又以甲行一十六乘丙行冪一萬八千二百二十五。得二十九萬一千六百。以乘上位。得七千一百七十四億四千五百三十五萬。爲三乘方實。以二行步相乘。又倍之。得四千三百二十。以乘丙行步再自之數。得一百六億二千八百八十二萬。爲益從。第一廉空。以甲行乘丙行冪。得二十九萬一千六百。又倍之。得五十八萬三千二百。於上四之。甲行冪一千〇二十四。以乘丙行步。得一十三萬八千二百四十。減上位。餘四十四萬四千九百六十。爲第二廉。二行步相乘。得二千一百六十。爲虛常法。得丙行步上勾弦差八十一。

〔案〕法中載數。自此始。亦擇其數繁者詳之。使人易曉也。

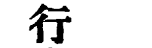
草曰。識別二數相併。得一百五十一。以減於皇極弦。餘一百三十八。卽虛勾虛股併也。若以二數相減。餘一百一十九。爲高弦內減平弦。又爲皇極弦內少个小差弦。又爲大差弦內減个皇極弦也。立天

元一爲丙行大差數。置丙行步一百三十五。自乘。得  用天元除之。得  爲勾弦併也。上減天元。得 十  爲二丙勾也。復用丙南行乘之。得  爲二積也。又以天元除之。得  ○  爲丙勾外容圓半。泛寄別置丙南行。用二甲勾乘之。得  合用二丙勾除之。不受除。便以此爲甲股。（內寄二丙勾爲分母。）復用二甲勾三十二乘之。得  爲二個甲直積也。又置丙南行。內減天元。得  爲黃方。以自乘。得 一   爲丙上勾弦差乘股弦差二段。以天元除之。得  爲兩個丙小差也。乃用甲股乘之。得下式。  復用丙南行除之。得  又折半。得下式。  爲一個甲步股弦差也。內亦帶前二丙勾分母。復置二個甲直積。內已寄此甲股弦差分母。便爲甲步股外容圓半。（寄左。）乃再置先求到泛寄 ○ （案）即前所寄之數。用甲股弦差分母乘之。得   爲同數。與左相消。得下式。

又法、二行相乘得數、又自之、爲三乘方實、併二行步、以乘二行相乘數、又倍之、爲從二行相併數、以自乘、於上、又二行相減數、自乘、減上位、爲第一廉、第二廉、空一、益隅、益積開之、得半徑、（其第一廉・只是四段二行相乘數・）

草曰、立天元一爲半城徑、副置之、上加南行步、得 爲股、下位加東行步、得 爲弦、以自之、得  爲直積一段、以天元除之、得  爲弦、以自之、得  爲弦冪、（寄左・）乃以勾自之、得 又以股自之、得 二位相併、得  爲同數、與左相消、得  益積開三乘方、得一百二十步、即半城徑也、

又法、條段同前、

草曰、依前求得勾股率、置出南門步爲小股、以勾率乘之、得 合以股率除、不除、寄爲母、便以此爲半梯頭、於上、又置南行步、加二天元、得 爲大股、以勾率乘之、得 合以股率除、不除、寄爲母、便以此爲梯底、以乘上位、得 爲半徑自乘數、內帶股率冪爲母、（寄左・）然後置天元、以自之、又以股率冪乘之、得下  爲同數、與左相消、所得一如前荅、

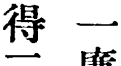
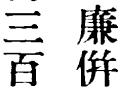
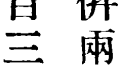
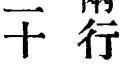
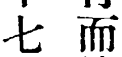
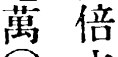
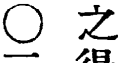
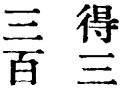
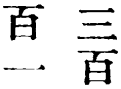
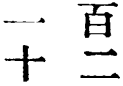
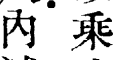
又法、以二行差冪數、自乘、又倍之、爲實、併二行步、以乘二行差冪、又四之、爲益從、四段南行冪內減二段

差冪、於上。又二段差冪內減四段東行冪餘以減上位。〔案〕併二行冪・減二行差冪・四因之・亦同・爲第一廉。四之二行共爲第二廉。二步虛法。益積開之。得皇極弦二百八十九。

草曰。立天元一爲皇極弦。以自之。爲弦冪、於上。以二行步相減。餘 以自之。得 爲較冪。以減上。得爲二直積。復以天元除之。得 爲一个城徑也。副置之。上位加二之東行步。得爲二勾也。以自增乘、得 爲四段勾冪、於上下位加二之南行。得爲二股也。以自增乘。得爲四段股冪也。併入上位。得下式。寄左・然後以天元爲冪。就分四之爲同數。與左相消。得下益積開三乘方。得二百八十九步。卽皇極弦也。欲見城徑者。別立天元半徑。副之。加東行。爲勾。加南行。爲股。勾股各爲冪。併之。與弦冪相消。開方得城徑也。

又法。以二行差一百一十九。自乘。得一萬四千一百六十一。爲差冪。以東行步乘之。得二十二萬六千五百七十六。爲汎率。又自增乘。得五百一十三億三千六百六十八萬三千七百七十六。爲五乘方實。倍東行步得三十二。以二行差一百一十九乘之。得三千八百八爲小汎。以乘泛率。又倍之。得一十七億二千五百六十〇萬二千八百一十六。爲從方。併兩行而倍之。得三百二。以乘泛率。得六千八百四十

二萬五千九百五十二於上位。以小泛冪一千四百五十萬〇〇八百六十四。加入上位。共得八千二百九十二萬六千八百一十六。爲第一廉。併兩行而倍之。得三百二。以乘小泛。得一百一十五萬〇〇一十六。爲寄數。倍二行差。以乘差冪。得三百三十七萬〇三百一十八。內減寄數餘二百二十二萬〇三百〇二。爲第二益廉。六段二行差冪八萬四千九百六十六。內減二行併數冪二萬二千八百一餘六萬二千一百六十五。爲第三益廉。六之二行差七百一十四。爲第四益廉。二步虛法。得重弦三十四步。

草曰。立天元一爲皇極弦上股弦差。（即東行步上斜也。亦謂重弦。）以天元加二行差。得  （即明弦也。此即皇極弦上勾弦差也。）以天元乘之。又倍之。得  （即皇極內黃方冪也。泛寄。）置皇極弦上勾弦差。以東行步乘之。得  以天元除之。得  爲明勾也。又置天元。以南行乘之。得  （合用明弦除。不除。寄爲母。便以此爲重股、於上。寄明弦母。）乃再置明勾。以明弦乘之。得  亦爲帶分明勾。加入上位。得  即是一个虛弦也。以自增乘。得下式。  爲一段虛弦冪也。內帶明弦冪分母。（寄左。）然後置明弦。以自之。得  爲明弦冪。以乘泛寄。得  爲同數。與左相消。得下式。 開五乘方。得三十四步。爲東行步上斜步也。（即重弦。）其東行步。得  即重勾也。勾弦各自

爲冪。以相減餘九百步開方。得三十步。卽重股也。既各得此數。乃以股外容圓半法。求圓徑。得二百四十步。卽城徑也。合問。

〔案〕此草又法。求重弦。至開帶縱五乘方。法愈繁。數愈賾。而天元一之用。愈見其妙。第所得帶縱五乘方。廉隅積數雖具。而未習其法者。不能信其數之必然。今姑取已得之重弦數。案廉隅數、推其積數。以明其數之無可疑焉。置五乘方數二。以重弦三十四乘之。得六十八。與四乘方數七百一十四相加。得七百八十二。又以重弦乘之。得二萬六千五百八十八。與三乘方數六萬二千一百六十五相加。得八萬八千七百五十三。又以重弦乘之。得三百零一萬七千六百零二。與立方數二百二十二萬零三百零二相加。得五百二十三萬七千九百零四。又以重弦乘之。得一億七千八百零八萬八千七百三十六。內減所少平方數八千二百九十二萬六千八百一十六。餘九千五百一十六萬一千九百二十。又以重弦乘之。得三十二億三千五百五十萬零五千二百八十。內減所少元數十七億二千五百六十萬零二千八百一十六。餘十五億零九百九十萬零二千四百六十四。又以重弦乘之。得五百一十三億三千六百六十八萬三千七百七十六。爲積數。與草中積數合。此卽無次商帶縱五乘方法。○〔銳案〕此乃通初次商爲一法耳。非無次商也。云無次商。不辭之甚。

或問出東門一十六步有樹。出南門東行七十二步。見之。問蒼同前。

法曰。二行步相減。得數。以自之。於上。又以出東門步自之。減上位。爲平方實。二之出南門東行步爲益從。一步常法。翻開。得半徑。

草曰。別得人到樹。卽平弦也。半圓徑。卽平股也。其東行七十二步。則平勾平弦差也。乃立天元一爲半圓徑。加一十六。減七十二。得 爲勾也。以自之。得 爲勾冪。又加入天元股冪。得 爲弦冪。寄左。再立天元一爲半徑。加出東門步。得 卽弦也。以自之。得 爲同數。與左相消。得 翻法開之。得一百二十步。卽半城徑也。合問。

或問出南門一百三十五步有樹。出東門。南行三十步見之。問荅同前。

法曰。樹去城步內減南行步。餘以爲冪。於上又以樹去城步爲冪內減上位。爲平實。倍樹去城步爲從。一虛隅。翻法。得半城徑。

草曰。別得人距樹。卽高弦也。半圓徑。卽高勾也。其南行三十步。卽高弦上小差也。乃立天元一爲半徑。加樹去城步爲弦。內減小差 得 卽股也。以自之。得 爲股冪。內加入天元冪。得 爲弦冪。寄左。再置弦 以自之。得 爲同數。與左相消。得式 翻開。得一百二十步。卽半城徑也。合問。

或問乙出東門。不知遠近而立。甲出南門。東行七十二步。望見乙。就乙斜行一百三十六步。與乙相會。問

荅同前。

法曰。以斜行步自之。於上。以二行相減。餘自爲冪。減上位。爲平實。從、空。一步常法。如法得半徑。

草曰。別得七十二步。卽大差也。斜行。卽弦半徑。卽股也。立天元一爲半徑。以自之。爲股冪。又以二行差六十四。以自之。得 爲勾冪。併二冪。得 爲弦冪。寄左。然後以斜行步自之。得 爲同數。與左相消。得 十 〇 開平方。得一百二十步。倍之。卽城徑也。合問。

或問甲出南門。不知遠近而立。乙出東門。南行三十步。望見甲。卻就甲斜行二百五十五步。與甲相會。問荅同前。

法曰。二行差自之爲冪。以減於斜行冪。爲平實。一虛隅。得半徑。

草曰。別得南行步。卽股弦差也。斜步。卽弦也。半徑。卽勾也。乃立天元一爲半城徑。以自之爲冪。以二行相減。餘二百二十五。以自之。得 爲股冪。二冪相併。得 一 爲弦冪。寄左。然後以斜行步自之。得 爲同數。與左相消。得下 十 〇 開平方。得一百二十步。卽半徑也。合問。

或問甲出南門。東行不知步數而立。乙出東門。南行三十步。望見甲。斜行一百二步。相會。問荅同前。

法曰。二行相乘。四之。於上。〔銳案〕此有誤。當云二行相減。餘以乘乙南行。四之。於上。又加入斜行冪。爲平實。得虛和一百三十八。

草曰。別得斜步內減南行。爲甲東行步也。此問以弦外容圓入之。以二行相減數。乘乙南行三十步。得

〓〓〇又四之得〓〓〇爲二直積也又加入斜步冪一〓〓〓共得〓〓〓即和冪也平方而一得一百三十八步即虛和也又加斜步得二百四十步即城徑也合問

或問乙出東門南行不知步數而立甲出南門東行七十二步望見乙斜行一百二步與乙相會問荅同前

法曰倍相減步以乘倍東行得數復以減於斜步冪餘爲實平方而一得較也又以二行相減數乘倍東行爲平實以較爲從方得勾勾較共爲長又以斜步併入勾股共即城徑

草曰別得二行相減餘〓〇爲乙南行步也以此數又減於甲東行餘四十二步即較也又以二行相減數〓〇乘倍東行得〓〓〇爲平實以較爲從平方開得四十八即勾也勾內加較得九十步即股也勾股共得一百三十八又加入斜步共得二百四十步即城徑也合問

或問乙出南門東行甲出東門南行兩相望見既而乙云我東行不及城徑一百六十八步甲云我南行不及城徑二百一十步問荅同前

法曰半甲不及步以自之爲冪半甲不及步內減差以自之爲冪二冪相併內却減差冪爲平實二之乙不及爲益從三步半虛法得甲南行

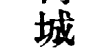
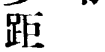
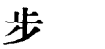
草曰別得乙不及爲虛勾半徑共又爲徑內減明勾也甲不及爲虛股半徑共又爲徑內減重股也又

二云數相併爲虛和圓徑共也云數相減卽虛較也乃立天元一爲甲南行以減於甲不及步又半之得 爲虛股也虛股內減虛較得 爲虛勾勾自之得 冪也又股自之得下式 然後以天元加虛較得 爲乙東行又加入天元甲南行得 爲同數與左相消得 開平方得三十步卽甲南行也內加少步卽城徑也合問

或問丙出南門直行甲出東門直行兩相望見既而丙云我行少於城徑一百五步甲云我行少於城徑二百二十四步問荅同前

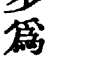
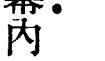
法曰二少步相乘訖又自乘爲實六之共步乘云數相乘數爲益從十八之云數相乘數於上又三之共步自乘加上位內復減丙少步冪甲少步冪爲從廉四十八之共步爲益二廉六十三步常法翻法開三乘方得一百二十步卽半徑

草曰別得云數共減於倍城徑爲甲丙共行數又云數相減卽皇極差亦爲甲行不及丙行數　立天元一爲半城徑以三之副置二位上位減丙少步得 爲皇極股也下位減甲少步得 爲皇極勾也勾股相乘得 以天元除之得 爲弦也弦

自之得  爲弦冪。寄左。然後以股自之得  於上。又以勾自之得 爲勾冪。併以加入上位得  爲同數。與左相消得 翻法開三乘方得一百二十步。卽半城徑也。合問。

或問甲出東門直行。丙出南門直行。各不知步數而立。乙望見甲。就甲斜行了二百八十九步。與甲相會。其二直行共得一百五十一步。又云甲直行、少於乙直行。問荅同前。

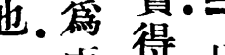
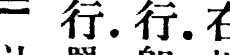
法曰。斜冪內減共步冪。爲平實。倍共步內減斜步爲從。一常法。得徑。

草曰。別得共數城徑併。卽皇極和也。立天元一爲圓徑。加共步得 爲皇極和。以自之得 於上。以斜行冪 減上位。餘  爲二直積。寄左。然後以天元乘斜步得 與左相消得  開平方得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲出東門直行。乙出東門南行。丙出南門直行。丁出南門東行。各不知步數而立。四人遙相望。悉與城參相直。只云甲丙共行了一百五十一步。乙丁立處相距一百二步。又云丙直行步多於甲直行步。問荅同前。

法曰。共步距步相減。得數。自之。於上。以共步爲冪。內減上。爲平實。二之距步內減共步距步差。爲從。一步虛法。得城徑。

草曰。別得共步得城徑。卽皇極和也。相距步。卽虛弦也。皇極和內減虛弦。卽皇極弦也。以自之。 卽皇極弦內減城徑也。此名旁差。乃立天元一爲城徑。加共步得 爲皇極和也。以自之。得 於上。以共步距步差。 加天元得 爲皇極弦也。以自之。得下式。

減上位。餘得  爲二直積。寄左。然後以天元徑乘皇極弦。得  爲同數。與左相消。得開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲出南門。東行不知步數而立。乙出東門。南行。望見甲。復就甲斜行。與甲相會。乙通計行了一百三十二步。其乙南行步。不及斜行七十二步。其甲東行。却多於乙南行。問荅同前。

法曰。倍不及步。在地以不及步減通步。以乘之。爲實。以四之。不及步爲法。得乙南行三十步。

草曰。別得乙南行。卽重股也。以減通步。卽虛弦也。以減不及步。卽虛較也。其不及步。卽甲東行也。立天元一爲乙南行。置不及步。以天元乘之。又四之。得爲二直積。寄左。然後倍不及步。以爲弦較和。於上。以不及步減通步。得爲弦較較。以乘上位。得 爲同數。與左相消。得。上法下實。得三十步。爲乙南行也。餘各以數求之。

又法。別得通行步。爲兩个乙南行。一个甲東行共也。其不及步。卽東行步也。云步相併。卽兩个虛弦相減。卽兩个乙南行也。

或問甲出南門東行不知步數而立乙出東門南行望見甲復斜行與甲相會二人共行了二百四步又云甲行不及乙一百三十二〔案〕甲不及乙六十步非一百三十二步當云甲行不及共步方合問荅同前

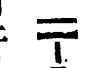
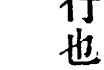
法曰別得二行共即兩个虛弦也其不及步即乙南行與一虛弦共也置不及步內減一弦餘三十步即乙南行也以乙南行反以減虛弦餘七十二步即甲東行也以乙南行減甲東行餘即虛較也

此問無草

〔案〕右二問語若淺近然以發明加減乘除相通之義最爲深切集中倣此者可類推之

或問乙出東門南行甲出西門南行甲望見乙斜行五百一十步相會乙云我南行少於城徑二百一十步問荅同前

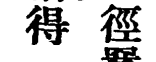
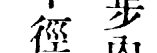
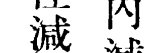
法曰少步冪爲平實四斜步內減二少步爲益從五步常法得乙南行

草曰別得少步爲徑內減重股立天元一爲乙南行以二之減於倍斜行步得 爲徑冪寄左再置天元加少步得下式  爲城徑以自之得  與左相消得開平方得三十步即乙南行也加少步即城徑也合問

或問乙出南門東行甲出北門東行甲望見乙斜行二百七十二步與乙相會乙云我東行不及城徑一

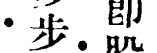
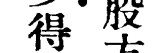
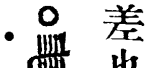
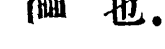
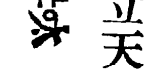
百六十八步問荅同前

法曰以不及步冪之爲實四斜內減二之不及步爲虛從五常法平開得乙東行七十二步

草曰別得不及步爲城徑減明勾也　立天元一爲乙東行以倍之減於二之斜行步得下  爲梯底也倍天元乘之得  爲同數與左相消得  開平方得七十二步即乙東行也加入少步即城徑也合問

或問乙出南門東行丁出東門南行却有甲丙二人共在西北隅甲向東行丙向南行四人遙相望見俱與城參相直既而相會甲云我多乙二百四十八步丙云我多於丁五百七十步問荅同前

法曰二多步相乘爲平實併二多步而半之爲從七分半常法得城徑

草曰別得甲多步爲大勾內減明勾也丙多步爲大股內少重股也又乙東行得一虛勾爲半徑丁南行得一虛股爲半徑又二多數相併得  爲大和內少虛弦也又二多數相減餘  爲兩个角差又甲多步內減半徑即勾方差也丙多步內減半徑即股方差也　立天元一爲城徑以半之減於甲多步得  爲勾方差又以半徑減於丙多步得  爲股方差二差相乘得 爲徑冪寄左然後以天元冪與左相消得下式  開平方得二

百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲丙二人。俱在西北隅。甲向東行。丙向南行。又乙出南門東行。丁出東門南行。各不知步數而立。四人遙相望見。悉與城參相直。既而相會。甲云我與乙共行了三百九十二步。丙云我與丁共行了六百三十步。問荅同前。

法曰。甲乙共自之爲冪。丙丁共自之爲冪。二冪又相乘。爲三乘方實。甲乙共自之爲冪。以丙丁共、乘之、於上。又以丙丁共自之爲冪。以甲乙共、乘之。加上位。爲益從。甲乙共自之爲冪。丙丁共自之爲冪。併以七分半乘之、於上。又以甲乙共乘丙丁共。得數。減上位。爲第一益廉。併二共數。以七分半乘之。爲第二廉。以七分半自之。得五分六釐二毫五絲、於上位。以一步內減上位。餘四分三釐七毫五絲。爲虛隅。得城徑。

草曰。別得甲爲大勾。乙爲明勾。丙爲大股。丁爲重股也。甲乙共內減半徑。卽是黃長弦也。丙丁共內減半徑。卽黃廣弦也。黃長弦黃廣弦二數相減。餘爲兩个皇極差也。乃立天元爲城徑半之。副置二位。上以減於甲乙共數。得 卽黃長弦也。以自之。得 爲黃長弦冪也。內減天元一冪。餘得下式。 爲勾方差冪也。下位以減於丙丁共。得下式。 卽黃廣弦也。以自之。得 爲黃廣弦冪也。內減天元一冪。餘得 爲股

方差冪也．再以勾方差冪股方差冪相乘．得爲徑冪．寄左．然後以天元爲冪．又以冪自之．與左相消．得下式．開三乘方．得二百四十步．即城徑也．合問．

測圓海鏡細草卷第八

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

明朏後一十六問

或問出南門向東有槐樹一株出東門向南有柳樹一株丙丁俱出南門丙直行丁往至槐樹下甲乙俱出東門甲直行乙往至柳樹下四人遙相望見各不知所行步數只云丙丁共行了二百七步甲乙共行了四十六步又云甲丙立處相距二百八十九步問荅同前

法曰以二共相減數又以減距數爲實二爲法得平勾

草曰識別得丙丁共即明和也甲乙共即朏和也相距步即極弦也二共相併即極弦內少个虛黃也又爲極和內少个虛和也二共相減餘爲平勾高股差也又爲虛差極差共也又爲通差內減極差也

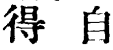
立天元爲平勾加入二共相減數得 爲高股又加天元得 爲極弦寄左以相距步二百八十九與左相消得 上法下實如法得六十四即平勾也以二共相減數加平勾得二百二十五爲高股復以平勾乘之得一萬四千四百步開平方得一百二十步即城半徑也合問

又法二共數併以減相距數餘者半之爲泛率以泛率加丙丁共爲長以泛率加甲乙共爲闊長闊相乘

爲平方實得半徑
草曰置極弦內減二共併數餘三十六步卽虛黃也半之副置二位上以加明和得二百二十五步爲高股也下以加重和得六十四步爲平勾也二位相乘得一萬四千四百步開平方得一百二十步卽半徑也合問
或問依前見丙丁共二百七步甲乙共四十六步又云二樹相去一百二步問荅同前
法曰以甲乙共乘樹相去步得數又以自之爲平實從空併二共數爲羃於上內減甲乙共自之數內丁共自之數〔案〕或云二共數相乘倍之亦同爲益隅得重弦
草曰識別得兩樹相去步卽虛弦也餘數具前 立天元一爲重弦置明和以天元乘之合重和除不除便以 爲明弦也內帶重和分母乃置虛弦以分母重和乘之得 加入明弦得 爲極股也內帶重和分母以自之得下式 爲極股羃內寄重和羃爲分母又以天元加虛弦得下 爲極勾以自之得 又以重和羃 乘之得 爲兩積一較羃也內有重和羃分母寄左然後置明弦 於上以重和乘天元加上位得 爲二弦併也又置虛弦以重和乘之得 併入上位得下式 爲極弦以自之得 爲同數與左相消得 ○

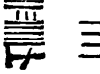
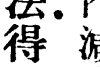
開平方得三十四步即重弦也

又法以樹相去步自之又以甲乙共乘之爲平實從空倍丙丁共爲虛隅得重弦

草曰立天元一爲重弦依前術求得明弦 便以爲皇極勾弦差也 內帶重和分母 以天元重弦便爲皇極股弦差以乘之又倍之得  爲虛弦冪 內有重和分母 寄左 然後以虛弦自之又以分母 乘之得四十七萬八千五百八十四爲同數與左相消得 開平方得三十四步即重弦也合問

或問皇極大小差共一百八十七步明黃重黃共六十六步問荅同前

法曰後數自乘爲實前後數相減餘爲法得虛黃方三十六

草曰別得一百八十七即明重二弦共也其六十六即太虛大小差共也又二數相併得  即明重二和共若以相減餘 即明重四差共也 立天元一爲太虛黃方面加二黃共得 即虛弦也倍虛弦又加天元得 即城徑也又以虛弦加皇極大小差得 即極弦也以極弦乘城徑得 爲兩段皇極勾股積 寄左 再以極弦虛弦相併得 即皇極勾股共也自之得  內減皇極弦冪 得 爲同數與寄左相消得 上法下實如法得三十六步即太虛黃方面也合問

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直行丙出南門直行甲丙柳槐悉與城參相直既而甲就柳樹斜行三十四步至柳樹下丙就槐樹斜行一百五十三步至槐樹下問荅同前

法曰云數相乘倍之便爲平方實開方得虛弦一百二步以此弦加甲行步即極勾以此弦加丙行步即極股餘各依法求之

識別甲斜行即重弦也丙斜行即明弦也

無草

或問東門南有柳一株南門東有槐一株甲出東門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉相直既而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云丙共行了二百八十八步甲斜行與柳至東門步共得六十四步問荅同前

法曰二云數相乘於上以六十四步自之又二之減上位爲平實十四之六十四於上倍丙行減上位爲從〔案〕倍丙行乃數偶合當云九个半六十四內減丙行爲從〇〔銳案〕當云又以四步半乘六十四加丙行減上位爲從二十常法得甲直行步一十六

草曰別得丙共步即明股明弦和也六十四即平勾也內甲斜行即重弦也柳至東門步即重股也又二云數相併即明差與極弦共也二云數相減即明差與平勾高股差共也又平勾內減重勾即虛勾也　立天元一爲重勾置丙共步以天元乘之復以六十四除之得爲明勾也又以天元減

於六十四得左 上三 爲虛勾也併虛明二勾 三 上 三 爲半徑也以自之得 三 上 三 倍之得 三 當玄 上三 爲半段圓城徑冪 寄左・乃以天元加六十四得 上三 爲勾圓差、於上又以明勾加丙共步得 三 爲股圓差、於下上下相乘得 三 爲同數與左相消得 一〇 三一〇 一〇 開平方得一十六步即直勾也此直勾乃甲出東門直行步也餘皆依數求之合問

或問東門南有柳樹一株南門東有槐樹一株甲出東門直行丙出南門直行二人遙相望槐柳與城邊悉相直既而甲復斜行至柳樹下丙復斜行至槐樹下各不知步數只云甲共行五十步丙斜行與槐至南門步共得二百二十五步問荅同前

法曰以二百二十五步自之爲冪又以此冪自爲冪、於上置甲共行以二百二十五步三度乘之得數復折半減上位爲平實置二百二十五步自之數以二云數相減數乘之又倍之、於上倍五十步在地以二百二十五步自之數乘之復折半加上位爲益從云數相減自乘、於上以云數相乘復折半減上位爲常法得明股 三

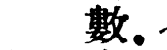
草曰識別得甲共步即直勾直弦共也二百二十五即高股也內丙斜行即明弦槐至南門步即明勾也又二云數相併即極弦內減一个直差也云數相減即直差、與高股平勾差、共也又高股內減明股

卽虛股也．立天元一爲明股．卽丙出南門直行步也．置五十步．以天元乘之．得 ．合高股除．不除．便以此 爲朿股也．內帶高股 分母．再置高股．內減天元．得 爲虛股．以分母高股乘之．得下式． 加入朿股．得 卽半徑也．以自增乘．得下 爲半徑冪也．內帶高股冪爲母．寄左．然後置甲共步．以分母高股乘之．得 加入朿股．得 爲勾圓差．於上．內帶高股分母．又以天元加高股．得 爲股圓差．於下．上下相乘．得 又以分母高股乘之．得 復折半．得 爲同數．與左相消．得 開平方．得一百三十五步．卽明股也．合問．

或問通勾通弦共一千步．朿勾朿弦共五十步．問荅同前．

法曰．置一千．減二之五十步．爲汎率．以自乘．復半之．於上．又置泛率．復以五十乘之．加上位．爲平實．二十二之泛率．於上．（案）二十二．乃此題朿和．除通和．所得通倍朿數．加二數．之數．易題則數不同矣．當直云通倍朿數．加二數．乘泛率．以四十二（案）四十二．乃此題倍通倍朿數．加二數．之數．當直云倍通倍朿數加二數．乘五十．得數．內減泛率．加上位．爲益從．二百（案）二百．乃此題通倍朿數加二數．自乘．折半．於上．又倍通倍朿數併二數．以減上位之數．當同上不必載數．爲常法．得朿股

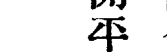
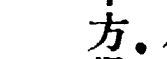
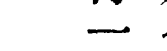
草曰．立天元一爲朿股．置一千．以天元乘之．以五十除之．得 爲通股也．又以天元加五十步．得 卽小差也．通股加小差．得 卽通弦也．以通弦減一千．得 卽通勾也．

以小差減通勾得  即圓徑也以圓徑減通股得 即大差也置大差以小差乘之得 寄左然後置圓徑以自之得 折半得 與左相消得 開平方得三十步即重股也合問

〔案〕此題通勾弦和爲重勾弦和度盡之數則不用寄分而用除法以從省便作者蓋舉一以例其餘也

或問通勾通弦共一千步明勾明弦共二百二十五步問荅同前

法曰以後數再自乘又以前數乘之爲平實以後數爲羃復以前數乘之爲從以前數羃爲常法得明股

草曰別得二百二十五步即高股也　立天元一爲明股置一千以天元乘之合以高股除不受除便以此 爲通股（內帶高股爲母）以天元加高股 即大差也置大差以高股分母乘之得 即帶分大差也以此減於通股餘 即圓徑也以自增乘得 內減帶分大差（內帶高股羃分母）然後置一千以高股分母通之得 內減帶分大差得  爲兩个通勾也內減兩个圓徑得  爲兩个小差也以帶分大差乘之得下式 爲同數與左相消得  開平方得一百三十五步即明股也合問

或問通股通弦共一千二百八十步重股重弦共六十四步問荅同前

法曰云數相乘爲平實前數爲益從置前數以後數除之得二十爲泛率泛率減一以自乘於上又倍泛率減一加上位爲常法倒積開得重勾一十六

草曰別得六十四步卽平勾也　立天元一爲重勾置前數以天元乘之以後數除之得 卽通勾也又置天元加後數得 卽小差也以小差減通勾餘 卽圓徑也以自之得 寄左然後以小差減於前數得 爲二通股內減兩个圓徑得 爲二大差也以小差乘之得下 與左相消得 開平方得一十六步卽重勾也合問

或問通股通弦共一千二百八十步明股明弦共二百八十八步問荅同前

法曰二數相減以後數乘之內減後數冪又半之爲泛率以自乘爲平實〔案〕或云前數內減二後數餘以後數乘之折半自之亦同泛率減一以自乘於上〔銳案〕泛率下當有倍之二字以後數乘泛率減上位〔案〕或云二數相加以乘前折半數亦同爲益從次率自乘於上以前數加次率復以後數乘之減上位〔案〕或云前數折半內減後數又以半前數乘之亦同爲隅法得明勾

草曰別得二數相減餘 爲通勾通股及明勾共也　立天元一爲明勾置前數以天元乘之合

以後數除之不除便以此 爲通勾也（內寄後數爲分母）又以二數相減得數內又減天元得 爲通和也乃以分母二百八十八之得下式 內減通勾餘 爲通股也又以天元加後數又以分母（即後數也）通之得 爲大差也以此大差減於通股得下式 以自之得 爲半徑冪（寄左）然後以半圓徑爲一个圓徑也半之得 以自之得 爲半徑冪（寄左）然後以半圓徑減通勾得 爲底勾又以天元乘之又以分母二百八十八之得 爲同數與左相消得 開平方得七十二步即明勾也合問

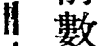
或問明股明弦併二百八十八步重勾重弦併五十步又云明股重勾併多於虛弦四十九步問荅同前

法曰前二數相併內減二之多步即圓徑又只以前二數相乘便是半徑冪

草曰識別得前二數相減而半之即極差也其多步名傍差又爲圓徑不及極弦數

或問平差高差共一百六十一步明股重勾併多於虛弦四十九步問荅同前

法曰二數相減又半之以自乘爲實後數爲法得平勾

草曰立天元一爲平勾以加前數得 爲高股也又以天元加高股得  爲極弦內減後數得 又半之得 爲半徑以自之得 寄左然後以天元乘高股得 爲同數與左相消得 上法下實得六十四步即平勾也合問

或問平勾高股差一百六十一步明差重差併七十七步又云極弦多於城徑四十九步問荅同前

法曰併上二位而半之爲平率其四十九即旁率也副置平率上加旁率下減旁率以相乘爲實倍旁差爲法得勾圓差 |||o 〔案〕求實數有誤當云併上二位而半之內減後數於上又置上前數內減後數以乘上位爲實方合○〔銳案〕此以法除實得半徑不得勾圓差分類釋術以四十九爲法得城徑是也蓋此問本有又法一求勾圓差一求半徑傳寫脫漏各迭其半遂致舛誤不通今以意改正二法復補一草如後

法曰併上二位而半之爲平率其四十九即旁率也副置旁率上以減於平率下以減於前數以相乘爲實倍旁差爲法得勾圓差 |||o

又法求半徑副置平率上加旁率下減旁率以相乘爲實倍旁差爲法得半徑

草曰立天元一爲半徑又爲半之股圓差上弦較較又爲半之勾圓差上弦較和也內減勾圓差上勾股較 |-o 餘 |-|| 𠆢 爲半之勾圓差上弦較較也置股圓差上勾股較 |-||| 以半之勾圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較得 |-o𠆢 寄左然後以半之股圓差上弦較較乘勾圓差上勾股較得 |||𠆢 𠆢||| 上法下實得一百二十步即半徑也合問

草曰識別得平勾高股差名爲角差副置角差上加七十七而半之得 -||| 即極差也下減七十七而半之得 ||| 即虛差也角差加極差得 -|o 即通差也又極弦多於城徑步名爲旁差副置角差上加旁差得 -|o 爲兩个高段上勾股較下減旁差得 -|| 爲兩个平段上勾股較也又副置

極差上加旁差得 𝍠 爲股圓差上勾股較下減旁差 𝍡 爲勾圓差上勾股較也 立天元一爲勾圓差依法求得通差加入天元得 𝍢 ○ 卽大差也以天元乘之得 一 ○ 爲半段圓徑冪寄左 乃置大差 𝍢 ○ 內減股圓差上勾股較 𝍠 爲股圓差之勾於上再置天元內加勾圓差上勾股較 𝍡 得 𝍢 𝍡 爲勾圓差之股以乘上位得 一 ○ ○ 爲同數與左相消得 ○ 𝍣 ○ 上法下實得八十步卽勾圓差也

又依前問見角差一百六十一步見明差重差併七十七步又見太虛弦較較六十步問荅同前

法曰前二數相減而半之得數加入半之太虛弦較較爲泛率以自乘爲平實置一百六十一內減二之泛率爲從一常法得平勾 𝍠 ○

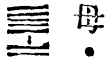
草曰別得 𝍡 卽二重股也 立天元一爲平勾先以前二數相減而半之得 ○ 爲虛差以虛差加重股得 𝍠 卽明勾也以明勾加天元得 𝍢 𝍠 爲平弦以自之得 一 ○ ○ 內減天元冪得 ○ ○ 爲半徑冪寄左 然後以天元加一百六十一爲高股以天元乘之得 一 𝍢 𝍢 爲同數與左相消得 𝍣 ○ 開平方得六十四步卽平勾也

又法曰前數內加半之太虛弦較較以自乘爲實〔案〕此語有誤當云倍角差加半太虛較乘之〇〔銳案〕當云倍前數內加半之太虛弦較較又以太虛弦較較乘之爲實 前數內減太虛弦較較爲從一常法開平方得平勾六十四此更不用明差重差併也

草曰。依前求平勾。前高股內加朱股。得 爲高弦也。以自之。得 於上位。內減高股冪 餘得 爲半徑冪。寄左。然後以天元乘高股。得 爲同數。與左相消。得下 十 開平方。得六十四步。卽平勾也。合問。

或問高差平差併一百六十一步。明差朱差併七十七步。問蒼同前。

法曰。以前數自乘。於上。二數相併而半之。以自乘。減上位。得數。復自增乘。爲平實。前數自之。於上。又以四之前數、乘之。寄位。以前數自之。於上。併二數而半之。以自乘。減上位。得數。又以四之前數乘之。〔案〕此下落又倍之三字。減於寄位。爲從。前數自之。又四之。於上。又以四之前數爲冪。加上位。權寄。以前數爲冪。於上。併二數而半之。以自乘。減上位。得數。復八之。加上位。〔銳案〕當云復八之於上。又以四之前數、爲冪。加入上位。併以減於權寄。爲常法。〔案〕或云二和併。而自之。又半之。以減高平共差冪。又四之。爲常法。亦同。得平勾

草曰。識別得二位相併而半之。得 卽極差也。立天元一爲平勾。加一百六十一。得 爲高股。高股內又加天元。得 爲極弦。以自之。得 於上。內減極差冪一萬四千一百六十一。餘  爲兩段極積。合以極弦除。不除。寄爲母。便以此爲城徑。以自增乘。得 爲圓徑冪。內有極弦冪分母。寄左。然後以天元乘高股。又四之。得 又以分母極弦冪 通之。得 爲同數。與左相消。得

開平方得六十四步即平勾也合問

或問見明和二百七步重和四十六步問荅同前

法曰二和上下相減數同則止名爲泛率又以二和直相減餘爲泛實此則角差也所得爲差率也以差率加減泛率若半訖與勾股相應者其泛率便爲和率其泛實便爲較率乘和率也若不相應則直取差率以消息之定爲相管和率其勾股數少得見弦黃而相爲率者勾三股四則其和七而其較一也勾五股十二則其和一十七而其較七也勾八股十五則其和二十三而其較亦得七也勾七股二十四則其和三十一而其較一十七也勾九股二十則其和二十九而其較一十一也此消息之大略也餘皆倣此〇〔銳案〕此有誤當作勾九股四十則其和四十九而其較三十一也若勾九股二十則各自爲冪開方求弦尙有奇賸與上得見弦黃之文不相應矣乃以和率約二和其明和所得爲明冪率其重和所得爲重冪率也又副置和率上加差率而半之則爲股率也下位減差率而半之則爲勾率也既見勾股及差三率各以冪率乘之即各得勾股及差之眞數也

〔案〕此用約分以勾股率數求之甚爲省便然必兩數度盡而得數最小者方可用若兩數不能度盡或既度盡而得數尙大者轉屬繁難故又設後法

又法二云數相併以自乘於上二之云數相乘又四之以減上位爲實二云數相併以六步半乘之於上又二數相併以四步半乘之又四之以併入上位爲從方以七十步〇四分三釐七毫五絲爲常法得重小差四步

草曰。以二和相約。命得朏率一。明率四步半。其兩數大小差率。竝同。又別得明小差、朏大差、俱爲半虛黃也。立天元一爲朏小差。以四步半乘之。得 爲朏大差也。又爲明小差。又爲半虛黃。置此朏大差。又以四步半乘之。得 爲明大差也。其四差相併。得 減於三和併得 即兩段太虛大小差併也。內加三段虛黃方 得 合成一个太虛三事和。即圓城徑也。以自增乘。得 爲徑冪。寄左。乃置朏和。加半虛黃。得 爲平勾。又置明和。內加半虛黃。得 爲高股。勾股相乘。得下式 又四之。得 爲同數。與左相消。得下式 開平方。得四步。即朏小差也。合問。

或問明朏二勾共八十八步。明朏二股共一百六十五步。問荅同前。

法曰。先識別得二大差共。二小差共。及四差共。乃以二大差二小差相乘。爲實。以四差共爲法。如法得半之虛黃方一十八。

草曰。先置前後云數。以約法約之。得一十一。即壘率也。復各置前後數。如壘率而一。前得八。即勾率也。後得一十五。即股率也。再以勾股率。求得較率七。和率二十三。弦率一十七。黃方率六。大差率九。小差率二。既見諸率。各以壘率乘之。其二和共得 二較共得 二弦共得 二黃共得 二大差共。 二小差共。 四差共。 已上皆爲明朏所得之共數也。乃立天元一爲半虛黃。

便爲明小差。又爲重大差也。以減於大差共得 𝍠 𝍡 即明大差也。又以減於小差共得 𝍠 𝍢 即重小差也。以二數相增乘得 𝍣 𝍠 𝍡 寄左。以天元冪與寄左相消得 𝍤 𝍡 上法下實得一十八步。即半之虛黃方也。以倍之得 𝍢。又加於二黃共六十六。共得一百二。即明勾重股共也。又爲極黃方。又爲虛弦也。又以三十六減於一百八十七。餘一百五十一。即明股重勾共也。此數內減虛弦。餘 𝍡 𝍡 爲明重二差較也。此名旁差。以旁差減二弦共一百八十七。餘得 𝍡 𝍢 即太虛和也。却加入虛弦一百二。併得 𝍡 𝍠 爲太虛三事和。即圓城徑也。合問。

又或以虛黃方。加於二和共二百五十三。得 𝍡 𝍡 爲極弦也。以旁差減極弦。餘二百四十步。亦同。

又或前後副置勾股較和弦黃六率在地。前以小差率二。因之。則勾得 𝍧 股得 𝍢 較得 𝍡 和得 𝍡 𝍤 弦得 𝍡 𝍢 即重段各數也。後以大差率九。因之。則勾得 𝍡 股得 𝍡 𝍡 較得 𝍧 和得 𝍡 𝍠 弦得 𝍡 𝍡 黃得 𝍡 即明段各數也。既得明重各數。餘皆可知。〔案〕此因明弦・即皇極弦勾弦差・重弦・即皇極弦股弦差・故以小差率・乘各率・即得重段各數・以大差率・乘各率・即得明段各數也・

〔案〕右二卷。明重前十八問。後十六問。在集中尤爲神妙。惜其中有偶爾思省未至者。亦未暇修飾故耳。

測圓海鏡細草卷第九上

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

大斜四問

或問甲丙俱在中心丙望南門直行不知步數而止甲出東門直行不知步數望見內斜行與丙相會二人共行了六百八十步仍云甲直行少於丙直行一百一十九步問荅同前

法曰二數相減餘以爲冪內却減差冪爲平實二數相減又四之於上又加入二之差步爲益從二步常法得皇勾一百三十六

草曰別得共步卽皇極三事和少步卽勾股差也立天元一爲皇極勾加少步得 爲股也又以天元加股得 爲和也以和減共步得 爲弦也弦自之得 爲一段弦冪寄左然後置股以天元乘之又倍之得 爲二直積加入少步冪 共得 爲同數與左相消得 平方而一得一百三十六卽勾也勾加差爲股勾股相乘倍之爲實勾股和減共步爲法得城徑

又法云數併與云數差相乘〔案〕此句有誤當云和數與倍差相加相減二得數相乘〇〔銳案〕當云副置共步上加二之少步下減二之少步以相乘爲平實爲平實云數

併。與云數差。相併得數。以減於八之共步。爲益從。〔案〕此只云六因和步。爲益從。亦同。一步常法。得皇極黃方一百二。

草曰。立天元一爲黃方。卽虛弦也。副置之。上位加共步。得 爲二和也。下位減共步。得 爲二弦也。先以二和自乘。得 爲四段和冪。又以二弦自乘。得 爲四段弦冪。二數相減。餘得 又倍之。得下式 爲十六段直積於天元位。寄左。然後副置二和。上位加二之少步。得 爲四股。下位減二之少步。得 爲四勾。勾股相乘。得 爲同數。與左相消。得 平方而一。得一百二步。卽皇極黃方也。餘各依法求之。合問。

或問甲丙俱在西北隅起。丙向南行。不知步數而立。甲向東行。望見丙。就丙斜行六百八十步。與丙相會。丙云我南行步多於甲東行二百八十步。問荅同前。

法曰。以云數差乘云數併。爲實。倍多步爲從。二爲平隅。得大勾三百二十。

草曰。立天元爲大平。〔案〕大平。卽大勾。加差。得 爲股。倍天元乘之。得 爲二積。寄左。然後以斜步多步併 與斜步多步較 相乘。得 爲同數。與左相消。得 開平方。得三百二十步。卽大勾也。合問。

或問甲乙二人共立於艮隅。乙南行過城門而立。甲東行望乙。與城參相直而止。丙丁二人共立於坤隅。

丁向東行過城門而立內向南行望丁及甲乙悉與城俱相直丙復就甲斜行六百八十步與甲相會乙丁又云吾二人直行共得三百四十二步問荅同前

法曰二云數相乘倍之爲實倍斜行於上以二云數相減加上位爲從一步常法開平方得城徑

草曰別得斜步卽大弦也其共步則一徑一虛弦共也其二數相併爲一大和一虛弦共數也立天元爲徑減於共步得 爲虛弦也以虛弦復減於天元得 爲虛和以斜步乘之得 寄左乃以天元加斜步得 爲大和以虛弦乘之得 爲同數與左相消得 開平方得二百四十步卽城徑也合問

或問甲從北門向東直行庚從西門穿城東行丙從西門向南直行壬從北門穿城南行四人遙相望悉與城參相直只云甲丙相望處六百八十步庚壬穿城共行了六百三十一步問荅同前

法曰共步自之得數以共步減斜餘自乘以減上爲實二之斜步加入共步減斜餘數爲從一步常法得城徑

草曰共行步爲一徑與皇和共也又爲大和皇弦差也甲丙相望卽大弦也以共步減大弦餘 爲皇極弦上減一徑也立天元一爲圓徑減於共步得爲 爲皇極和也以自之得 爲皇極和也以自之得 於上弦內減共步餘 又以天元加之爲皇弦以自之得 減上位餘得

爲兩个皇直積。寄左。乃以天元乘皇弦。得下式。一爲同數。與左相消。得十

平方而一。得二百四十步。卽城徑也。合問。

測圓海鏡細草卷第九下

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

大和八問

或問庚從西門穿城東行二百五十六步而立。壬從北門穿城南行三百七十五步而立。又有甲丙二人俱在乾隅。甲向東行。丙向南行。各不知步數而立。四人遙相望。只云甲丙共行了九百二十步。問荅同前。

法曰。庚東行冪。壬南行冪。相併於上。併庚壬步而倍之。內減大和。餘復減於庚壬共得數。（案）或云併庚壬步。以減大和同。亦以自乘減上位。爲平實。併庚壬步爲益從。半步爲隅法。得城徑。

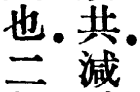
草曰。立天元一爲圓徑。以半之。副置二位。上以減於庚東行。得下 爲平弦也。下以減於壬南行。得 爲高弦也。二弦相併。得 爲皇弦虛弦共也。倍此數。得 爲大弦虛弦共也。以大弦虛弦共。減於大和。餘 爲虛勾虛股共也。天元內減虛勾虛股共。餘 即虛弦也。復置皇弦虛弦共。內減虛弦。餘 即皇極弦也。以自之。得寄左。然後以平弦自之。得下式。 爲勾冪也。又以高弦自之。得 爲勾冪也。

𝍠𝍠𝍠 爲股冪也。二冪相併得 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 爲同數。與左相消得 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 平方而一得二百四十步。即城徑也。合問。

或問甲丙俱在西北隅。甲向東行。不知步數而立。丙向南行。望見甲。就甲斜行。與甲相會。甲直行。內直行共九百二十步。（甲步少於丙步。）又出東門南行。有柳樹一株。出南門東行。有槐樹一株。戊己二人。同在巽隅。戊就柳樹。己就槐樹。亦與甲乙遙相望。只云己行少於戊行數。與兩樹相距數。相併得一百四十四步。其二數相減。餘六十步。問荅同前。

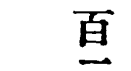
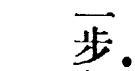
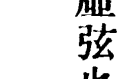
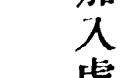
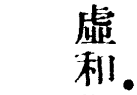
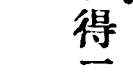
法曰。二云數相併而半之。爲虛弦。以乘大和九百二十步。於上。以一百四十四。減大和。以虛較乘之。減上位。爲平實。以一百四十四。減大和。又二之。於上。以二之虛較。減上位。（〔案〕或云倍甲丙直行共。加己戊較與兩樹距之較。減三之己戊較與兩樹距之和。亦同。）爲從。四虛隅。得太虛勾四十八。

草曰。別得甲丙直行共。即大和也。戊就柳樹步。即虛股也。己就槐樹步。即虛勾也。其一百四十四步。即二明勾。其六十步。即二重股也。立天元一爲虛勾。加明勾。得 𝍠𝍠𝍠 止二 爲半徑也。倍之。得 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 即城徑也。（又爲虛弦上三事和。）二云數相併而半之。得 𝍠𝍠𝍠 即小弦也。相減而半之。得 𝍠𝍠𝍠 即小較也。以天元加較。得 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 即小股也。小勾股共。得 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 即小和也。以小三事減大和。得 𝍠𝍠𝍠 即大弦也。乃先置小和。以大弦乘之。得下式。 𝍠𝍠𝍠 𝍠𝍠𝍠 寄左。次以小弦乘大

和得 與左相消得下式  開平方得四十八步即虛勾也加明勾又倍之得二百四十步即城徑也合問

或問甲從乾隅東行乙從艮隅南行丙從乾隅南行丁從坤隅東行四人遙相望見既而甲還至艮隅就乙丙還至坤隅就丁甲丙直行共九百二十步甲還就乙共二百三十步丙還就丁共五百五十二步問荅同前

法曰併就數以減直行共復以所併就數乘之爲實併就數減直行共得數復加入直行共爲法得虛弦

草曰別得甲丙直行共爲大和也甲還就乙步爲小差勾股共也丙還就丁步爲大差勾股共也以大差勾股共減於大股餘即虛勾也以小差勾股共減於大勾餘即虛股也二數相併得  爲大弦虛弦共也二數相減餘  爲通差及太虛勾股差共也又併二數而半之得 爲皇極弦虛弦共又爲皇極勾股共也立天元一爲虛弦先以二共數減於大和餘  爲虛勾虛股和於上次以虛弦減於二共數餘 爲大弦以乘上位得下  寄左然後以天元乘大和得  爲同數與左相消得  上法下實得一百二步即虛弦也加入虛和得二百四十步即城徑也合問

又法。併云數。減大和。復以云數相減、乘之。爲實。併云數。減大和。得數。復加入大和。爲法。如法得虛差四十二。

草曰。立天元一爲虛較。先以併云數。減大和。餘 ㊀三 爲虛和、於上。次以天元減於 ㊀十二 得 ㊀十 爲通差。以乘之得 ㊀三百 ㊀三百 案卽。然後以天元乘大和。爲同數。與左相消。得 一〇三百 ㊀三百 上法下實。得四十二步。卽虛差也。副置虛和。爲二位。上加虛差而半之。得九十。卽虛股也。下減虛差而半之。得四十八。卽虛勾也。勾冪 一一〇〇 股冪得 二四〇〇 相併得 三五〇〇 開平方。得一百二步。卽虛弦也。加入虛和。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問。依前見大和。只云股圓差上勾弦差二百一十六。勾圓差上股弦差二十步。問荅同前。

法曰。以云數二十步。減通和。復以二十步乘之、於上。以云數二百一十六。減九百步 〔案〕卽併二差。而以減大和。而半之。乘上位。爲立實。三因二十步。以減通和。得八百六十。以二百一十六。減通和而半之。〔銳案〕此有脫文。當云以二百一十六及二十。共得二百三十六。減通和而半之。 得三百四十二。數相乘訖。內減二十之九百步。又以三百四十二及二百一十六共得五百五十八。又二之。〔銳案〕當作又二十之。以減之。爲從方。〔案〕取從方內。語有誤。當云三因小差。減大和。併二差。減大和。半之。相乘、於上。三因大和。加大差。減三之小差。半之。以小差乘之。得數。減上位。爲從方。以二百一十六〔銳案〕一當作三。減通和。又以三之二十步。減通和。相併、於上。以二之五百五十八。內却減二十步。餘以減上位。爲益廉。〔案〕取益廉內。語亦有誤。當云三因大和。減六之小差。爲益廉也。四步常法。

得小差股一百五十。

草曰。別得小差上股弦差。〓〇 加二股。爲大勾也。大差上勾弦差。〓〓 加二勾。爲大股也。立天元一爲小差股。加 〓〇 得 〓〓 爲小差弦也。小差弦上又加天元。得 〓〓〇 爲通勾。以減於和步。得 〓〓〇 爲通股也。通股內減 〓〓 半之。得下式。 〓〓 即大差之勾也。大差勾上又加 〓〓 得 〓〓 爲大差弦也。再置通股。以小差弦乘之。得 〓〓〇〇 以天元除之。得 〓〓 爲一个大弦也。泛寄。再置通勾。以大差弦乘之。得 〓〓〇〇 合以大差勾除。不除。寄爲母。便以爲大弦。寄左。乃以大差勾乘泛寄。得 〓〓〇〇 爲同數。與左相消。得 〓〓〇 益積開立方。得一百五十步。爲小差股也。合問。

或問。依見前大和。只云高弦平弦共得三百九十一步。高弦平弦相較。得一百一十九步。問荅同前。

法曰。以較數冪減於共數冪。又半之。爲實。以共數減大和。爲益從。一常法。開平方。得圓徑。

草曰。別得高弦減於通股。爲邊股內減明股也。平弦減於通勾。爲邊勾內減明勾也。其共數。即大弦內減皇極弦。又爲皇極勾股共也。其相較步。即皇極差也。二云數相併。得 〓〓〇 即黃廣弦也。二云數相減。餘即黃長弦也。以共數減於大和。餘 〓〓 爲皇極弦圓徑共。立天元一爲圓徑。以減於 〓〓 爲皇極弦也。以共數自之。得 〓〓〇 於上。以相較數自之。得 〓〓 減上位。餘 〓〓〇 又半之。得 〓〓〇

爲兩段皇極積。寄左。乃以天元乘皇極弦。得十 爲同數。與左相消。得下 一 開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問。依前見大和。只云大差弦四百〇八步。小差弦一百七十步。問荅同前。

法曰。以併云數減大和。復以乘大和。又倍之。爲平實。三之通和。於上。又以併云數減大和。加上位。爲從。二步虛法。得圓徑。

草曰。大差弦減和步餘 爲大勾。大差勾共也。以小差弦減大和餘 爲大股。小差股共也。云數相併 卽大弦內減虛弦也。云數相減得 爲虛弦。平弦共也。〔案〕此二語。因數偶合而誤。見前〇〔銳案〕此數偶不通。於新設四率俱不通。下問草同。以相併數減於大和餘 爲大差勾。小差股共。又爲圓徑虛弦共也。立天元一爲圓徑。減於 得 爲虛弦也。返以減於圓徑。得 爲小和也。以天元減大和得 爲大弦。以乘小和。得 寄左。乃再置虛弦。以通和乘之。得 與左相消。得 開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問。依前見大和。只云黃廣弦五百一十步。黃長弦二百七十二步。問荅同前。

法曰。云數相併。減大和。復以相併數、乘之。爲實。云數相併。減大和。得數。復以加大和。爲法。得虛弦一百二。

草曰。別得黃廣弦。又爲大差弦虛弦共。又爲邊股重股共也。黃長弦。又爲小差弦虛弦共。又爲底勾明勾共也。以黃廣弦減於大股餘 ||| 〇 卽虛股。以黃長弦減於大勾餘 ||| 卽虛勾。故併數以減於大和餘 ||| 爲虛和也。以虛和減徑。卽虛弦也。二云數相併得 ||| 爲大弦虛弦共也。云數相減餘 ||| 爲虛弦平弦共。（案）此句誤・同上・立天元一爲虛弦。以減於七百八十二得 ||| 爲大弦也。以小和乘之得 ||| 寄左・乃以天元虛弦乘大和得 ||| 〇 爲同數。與左相消。得 ||| 上法下實。得一百二步。卽虛弦也。合問。

或問。依前見大和。只云邊弦五百四十四步。底弦四百二十五步。問荅同前。

法曰。云數相減。自之爲實。以大和減併數爲法。得皇極弦 |||

草曰。別得以邊弦減大股餘 ||| 爲半徑內減平勾。又爲平弦內減勾圓差也。以大勾減於底弦餘 ||| 爲高股內少半徑。又爲股圓差內少高弦也。二云數相併。得九百六十九。爲大弦皇極弦共也。二云數相減。 ||| 爲皇極勾股差也。併數內減通和餘 ||| 爲皇極弦內減圓徑也。立天元一爲皇極弦。以自之。於上以一百一十九自之得 ||| 減上位得 一 〇 ||| 爲二皇積。寄左・復置天元。內減四十九得下式。 ||| 爲黃方。復以天元乘之得 一 ||| 與左相消得 ||| 上法下實。得二百八十九步。卽皇極弦也。內減四十九。餘卽城徑也。合問。

〔案〕右大和八問。每問於大和外。復設二數。然多有大和外、設一數。卽可求者。細考其法。草所載。皆三數竝用。婉轉求之。蓋意在發明三數取用之理。非不知其可省也。

測圓海鏡細草卷第十

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

三事和八問

或問甲乙同立於乾隅。乙向東行。不知步數而立。甲向南直行。多於乙步。望見乙。復就東北斜行。與乙相會。二人共行了一千六百步。又云甲南行。不及斜行八十步。問荅同前。

法曰。共步內減四之小差。復以自之。於上以十八个小差冪減於上。爲實。四之共步內減十六个小差。於上却以十八小差加上。爲益從。四步常法。開平方。得中差 二十

草曰。別得共步爲三事和也。不及步卽小差也。立天元一爲中差。加二之小差。得 一上 二十 爲大小差併。以加入三事和。得 一上 二十 爲三弦也。倍三事。得三千二百內去大小差併。得 十八上 三百 爲三和也。內減三弦。餘 十八上 二百 爲三个黃方。以自之。得 三 一百 二百 爲九段黃方冪。寄左。再置天元中差。加小差。得 一上 二十 爲大差。以小差 二十 乘之。得 二上 一百 爲半个黃方冪。就一十八之。得 三百六上 一千八百 爲同數。與左相消。得 三 三百 爲開平方。得二百八十步。卽中差也。其餘各依法求之。合問。

或問依前三事和又云大差三百六十步問荅同前

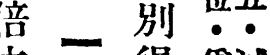
法曰倍云數以云數乘之又九之於上倍云數加三事和爲前數倍云數減二之三事和爲後數二數又相減餘一百六十爲泛率以自乘減上位爲平實十八之云數內又加四之泛率爲從四常法得中差

草曰立天元一爲中差置云步倍之內減天元得 爲大小差共數加於三事得 爲三弦也倍三事內減大小差共數得下式 爲三和也內又減三弦得 爲三个黃方面也以自之得 爲九段黃方冪寄左再以天元減大差得下式 爲小差又倍之得 以云數乘之得下式 又就分九之得下式 與左相消得下式 開平方得二百八十步即中差也合問

或問依前見三事和又云中差二百八十步問荅同前

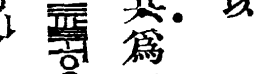
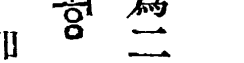
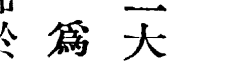
法曰和步加差步以自乘於上又和步內減差步以自乘加上位爲平實四之和步爲益從二步益隅得大弦

草曰立天元一爲大弦減共步得 爲和副置之上位減差步得 爲二勾以自之得 爲四段勾冪也下位加差步得 爲二股以自之得

爲四段股冪也二位相併得 爲四段弦冪寄左然後以天元自之又四之與左相消得  開平方得六百八十步即大弦也倍之以減於三事和餘即城徑也合問

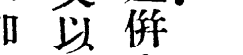
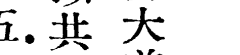
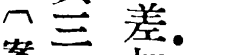
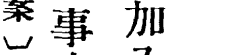
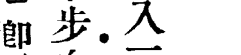
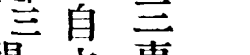
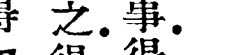
或問依前見三事和又云小差大差併四百四十步問荅同前

法曰併前後二數三而一爲弦反以減共步得數又以減弦得城徑

草曰二數相併得  三而一得  即弦也以弦減三事和得  即和也弦和又相減餘二百四十步即城徑也合問

或問依前見三事和又云小差中差大差共七百二十問荅同前

法曰半云數自之又三之於上以三事減上位爲平實倍三事於上半云數而五之加上位爲益從二常法得小差八十〔案〕以三事減上位有誤此係偶合二事之數耳當云加半段三事冪又倍三事和加大差復以大差乘之減上位爲平實〇〔銳案〕此數偶合當云半云數加三事又自之以三事冪加五減之餘以減上位爲平實

草曰別得三差共爲二大差也立天元一爲小差併大差加入三事得  爲三弦也以自之得  爲十八積九較冪寄起又以共三事步自之得  於上又以天元小差乘大差倍之得  加於上爲十二積四較冪又加五〔案〕即三因二歸得  爲十八个直積六个較冪以減寄起餘得  爲三个較冪寄左然後以天元小差減大差得 

爲中差。以自之。得 一 又三之。得下式。 三 與寄左相消。得 二 平方而一。得八十步。卽小差也。餘各依數求之。合問。

或問。依前見三事和。又云。明黃方重黃方共六十六。問荅同前。

法曰。三事內。加二之共步。復以二之共步、乘之、於上位。三事內。減二之共步、乘之。得數。減上位。爲平實。三事內。加二之共步。又倍之、於上。又三 〔案〕三當作六。之共步。加上位。爲泛寄。三事內。減二之共步。又四之、於上。又三 〔案〕三亦當作六。○〔銳案〕此二案。竝非。作三是也。之共步。減上位。得數。以減泛寄。爲從。作十八段虛平方開之。得虛黃方

草曰。別得共步。卽虛大小差也。立天元一。爲虛黃方。以三之。加入倍之共步。得   爲圓徑也。以圓徑加三事。得   爲二通和。以圓徑減三事。得   爲二通弦。又副置圓徑。上加天元。得   爲二虛和。下減天元。得   爲二虛弦。乃置二大和。以二小弦乘之。得下   寄左。然後置二大弦。以二小和乘之。得下式。   與左相消。得   開平方。得三十六步。卽虛黃方也。其餘各依法求之。合問。

或問。依前見三事和。又云。皇極弦二百八十九步。問荅同前。

法曰。二數相乘。爲實。從、空、一益隅。得大弦

草曰．立天元一爲通弦．內減皇弦餘   爲皇極勾股和．以自之．得 一 於上．以皇極弦冪減上位．得一 爲二直積．合以皇弦除之．不除．寄爲母．便以此爲城徑．寄左．乃以二之天元弦．減共步．得 十   爲黃方面．以皇弦通之．得   與左相消．得 十〇 開平方．得六百八十步．卽大弦也．合問．

或問．依前見三事和．又云見太虛弦一百二步．問荅同前．

法曰．半虛弦乘三事爲實．三事爲從．四虛隅翻開之．得半大弦

草曰．識別得以虛弦減大弦半之．爲皇極弦．以虛弦加大弦半之．爲皇極勾股共也．立天元一爲半大弦．以二之．內減虛弦．得   折半．得   爲皇極弦也．又以虛弦加大弦而半之．得   爲皇極和也．和自之．得 一   於上．又以弦自之．得 一   減上位．餘得下   爲二直積．合以皇極弦除之．不除．寄爲分母．便以此爲城徑．寄左．然後以四之天元．減三事共餘   又以皇極弦分母通之．得   爲同數．與左相消．得 倒積開得三百四十步．倍之．卽大弦也．合問．

測圓海鏡細草卷第十一

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

雜糅一十八問

或問城南有槐樹一株。城東有柳樹一株。甲出北門東行。丙出西門南行。甲丙槐柳悉與城參相直。既而丙就柳行五百四十四步至柳樹下。甲就槐行四百二十五步至槐樹下。問荅同前。

法曰。甲就步自之。於上以二行相減數自之。減上位。爲實。二之二行相減數。併入二之甲就步。爲從。一步常法。得平弦

草曰。別得丙就步爲邊弦也。甲就步爲底弦也。邊弦即皇弦高弦共也。底弦即皇弦平弦共也。二行相併即大弦皇弦共也。二行相減即皇極勾股較也。倍皇弦以減於大弦。餘即虛弦也。倍皇弦內減邊弦。餘即重弦也。倍皇弦內減底弦。餘即明弦也。皇極弦加一差。〔案〕一差。即皇極勾股較。則大差弦也。內減一差。則小差弦也。立天元一爲平弦。加一皇極勾股差。得 即高弦也。高弦自之。得 內加天元冪。得 爲皇弦冪。寄左。然後以天元減底弦。得下式 自之。得 爲同數。與左相消。得 開平方。得一百三十六步。即平弦也。餘各依法

求之合問。

或問出南門東行有槐樹一株甲出北門東行斜望槐樹與城相直就槐樹行二百七十二步出東門南行有柳樹一株丙出西門南行斜望柳樹與城相直就柳樹行五百一十步問荅同前

法曰云數相併而半之以自乘於上半丙斜行以爲冪半甲斜行以爲冪併二冪減上位爲實併云數爲益從一步平隅得虛弦一〇二

草曰別得丙斜行爲黃廣弦也亦爲兩个高弦也此勾則城徑也甲斜行即黃長弦也亦爲兩个平弦也此股則城徑也二數相併得 即大弦虛弦共也二數相減餘 即兩个皇極差也二數相併而半之得 即皇極和也立天元一爲虛弦以減於皇極和得 即皇極弦也以自之得 爲皇弦冪寄左然後以高弦自之得 以平弦自之得 二自乘數相併得 與左相消得 開平方得一百二即虛弦也合問

或問甲從坤隅南行不知步數而立乙從艮隅南行一百五十步望見甲復斜行五百一十步與甲相會問荅同前

法曰斜行自之於上倍南行減斜餘自之以減上爲實倍南行減斜又四之爲從八步常法平方得半徑

草曰別得南行卽小差股斜行卽黃廣弦也小差股內減半徑餘卽半个黃廣積上股弦差也全徑卽其勾也立天元一爲半城徑減於乙南行倍之得 卽一个黃廣積上股弦差也以減於斜行步餘 卽股也自之得 爲股冪也又倍天元以自之爲大勾冪加入大股冪得下 寄左然後以斜行冪 與寄左相消得下式 開平方得一百二十步卽半徑也合問

或問乙從艮隅東行不知遠近而止甲從坤隅東行一百九十二步望見乙復斜行二百七十二步與乙相會問荅同前

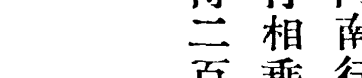
法曰倍東行減斜行得數自爲冪以減於斜行冪爲平實倍東行減斜行又四之爲從八益隅翻法開平方得半徑

草曰別得甲東行卽大差勾也斜行則黃長弦也大差勾內減半徑餘卽半个黃長積上勾弦差也全徑卽其股也立天元一爲半城徑減甲東行倍之得 卽一个黃長積上勾弦差也以減於斜行步得 卽黃長勾也以自之得 爲勾冪於上倍天元以自之加上位得下式 爲弦冪寄左然後以斜行冪 爲同數與左相消得 平開得一百二十步卽半城徑也合問

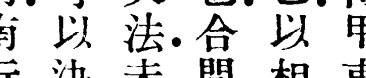
或問甲從坤東行一百九十二步丙從艮南行一百五十步望見之問荅同前

法曰二行相乘倍之爲平實如法得圓徑

草曰別得甲行卽大差勾丙行卽小差股此二數相乘恰與大小差相乘正同如法相乘訖倍之得



爲圓徑冪寄左然後立天元爲圓徑以自之與左相消得

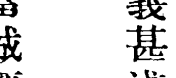


開平方得二百四十步卽城徑也合問

又法以二行相減數減於二行相併數餘者半之於上復以二行相減數加於上卽城徑

草曰別得甲東行減於徑爲虛勾也丙南行減於徑爲虛股也二行共爲一徑一虛弦共也二行相減卽虛和也以相併數相減數又相減卽兩个虛弦也如法求得虛和

虛弦



相併得

卽城徑也合問

〔案〕又法未合蓋以二行相減爲虛較而草中誤以爲虛和也其義甚淺非難知者是殆偶爾之遺忘然可以決其爲當日未定之稾矣

或問出西門南行二百二十五步有塔出北門東行六十四步望塔正當城徑之半問荅同前

法曰二行相乘爲平實一步常法得半徑

草曰別得二百二十五步爲高股此乃半徑爲勾之股也其六十四步爲平勾此乃半徑爲股之勾也

二數相併。卽皇極弦也。二數相減。卽中差內去皇極差也。又別得二行相乘。恰是半徑冪一段。此與半梯頭相乘。其意正同。今且以弦上容圓取之。立天元一爲半徑。副之上加南行。得 爲股也。下加東行步得 爲勾也。勾股相乘得 爲大直積。以天元半徑除之。得 爲勾股和。寄左。然後併勾股得 與左相消。得 開平方。得一百二十步。卽半徑也。合問。

或問丙從乾隅南行。丁從艮隅亦南行。甲從乾隅東行。乙從坤隅亦東行。各不知步數。四人悉與城相直。只云丙行內減丁行。餘四百五十步。甲行內減乙行。餘一百二十八步。問荅同前。

法曰。二行相乘爲實。一步常法。得城徑。

草曰。別得丙行。卽大股。丁行。卽小差之股也。甲行。卽大勾。乙行。卽大差之勾也。其 卽黃廣股。其 卽黃長之勾也。立天元一爲城徑。先置黃廣股 爲股方差。以 爲勾方差。以乘之。得 爲城徑冪。寄左。然後以天元冪與左相消。得下式。 開平方。得二百四十步。合問。

或問出南門東行。有槐樹一株。出東門南行。有柳樹一株。丙丁二人同立於坤隅。甲乙二人同立於艮隅。丁直東行。至槐而止。乙直南行。至柳而止。丙直南行。甲直東行。四人遙相望見。只云丙行。多於丁行一

百六十八步。乙行多於甲行七十步。問荅同前。

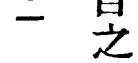
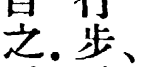
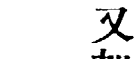
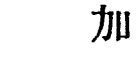
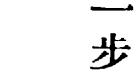
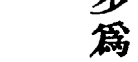
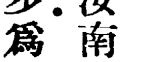
法曰。云數相乘爲實。二數相減。又半之爲法。得城徑。

草曰。別得 卽大差勾股較也。其 卽小差上勾股較也。二數相併爲大差弦內減小差弦也。二數相較。又半之爲皇極弦與城徑差也。二數相併而半之。卽皇極差也。立天元一爲圓徑。二云數相減。又半之。加天元得 爲極弦也。併二數而半之。得 爲弦較和也。下位內減極差。得 爲弦較較也。上下相乘。得 爲二直積。寄左。然後以天元一乘極弦。得下式 爲同數。與左相消。得 上法下實。如法而一。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲從坤東行。丙從艮南行。適相見。斜行一百二步。甲丙相會。丙云。我南行不及汝四十二步。問荅同前。

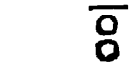
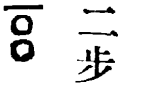
法曰。二數相併。以斜行乘。於上二數相併而半之。以乘相併數。減上位。爲平實。併二數又倍之。爲從。（銳案）倍之下。有脫文。當云併二數。又倍之。於上。併二數。又加斜行。以減上位。爲從。

草曰。別得一百二步。卽虛弦。四十二步。卽虛較也。又斜行得虛股。爲甲東行。此便爲大差勾也。斜行步得虛勾。爲丙南行。此便是小差股也。立天元一爲虛勾。加斜行步得 爲小差股也。以不

及步加於小差股得下式  爲大差勾也勾股相乘得  爲半段黃方冪寄左然後再置虛勾加不及步得  爲虛股又加入天元得  爲虛和又加入虛弦得  爲圓徑以自之得  又半之與寄左相消得  平方開得四十八步即虛勾也合問

或問甲從城心東行丙從城心南行庚從巽隅西行壬從巽隅北行四人遙相望見各不知步數只云甲丙共行了三百九十一庚壬共行了一百三十八問荅同前

法曰云數相乘爲實相併爲法得虛弦 一〇二

草曰別得甲丙共爲皇極和也又爲極弦極黃共庚壬共爲太虛和也又爲虛弦虛黃共立天元一爲皇極黃方面亦爲虛弦也減於甲丙共得  即極弦也又以天元減於庚壬共得  即太虛黃方面也以太虛黃方面乘極弦得 寄左然後以天元冪與左相消得 上法下實如法得一百二即皇極黃方面也合問〔案〕此亦係相消後得一邊之二數者

或問甲從乾隅東行不知步數而止丙向南行亦不知步數望見甲就甲斜行七百八十步與甲相會甲云我行地雖少於汝以我東行步爲法除汝南行步則汝止得二步四分問荅同前

法曰斜步自之爲平實除步自之又加一步爲隅得甲東行 三〇〇

草曰。此問所求城徑、與諸問竝同。其勾股則與前後諸率不同。今特爲此草者。欲使後學有以考較諸率當否也。立天元一爲甲東行（即大勾）。以乘二步四分得 爲長。以自之得 爲股冪。又併入天元冪得 爲弦冪（寄左）。乃以斜行自之得 爲同數。與左相消得 開平方得三百步。卽甲東行也。以二步四分乘之。得七百二十步。卽丙南行也。倍丙南行。以甲東行乘之。得四十三萬二千爲實。以三事和一千八百爲法。除之。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問小差黃方面少於大差黃方面八十四步。太虛黃方面少於皇極黃方面六十六步。問荅同前。

法曰。半八十四、爲中差。以中差減六十六、爲二小差。又中小差相併。爲大差。乃以小差乘大差。爲平實。半步常法。得虛黃三十六。

草曰。別得八十四。爲兩个虛積中差。其六十六。爲虛積大小差併。半八十四得 爲虛中差也。以中差減六十六。餘二十四。半之。得 卽虛小差也。以小差反減六十六。餘 卽虛大差也。又別得小差黃方。爲兩重股。大差黃方。爲兩明勾也。立天元一爲虛黃方。置三位。上加小差。得 爲虛勾也。中加大差。得下 爲虛股也。下加大小差併。得 爲虛弦也。三位併之。得 卽城徑也。倍虛勾。減城徑。得 爲大差黃方面也。又倍虛股。減城徑。得 爲小差黃方面也。半小差黃方面。得 以乘大差黃方面。得 爲

一个虛直積。寄左。乃以虛勾虛股相乘。得下 一 卄兀 三卄 爲同數。與左相消。得 〇 丰 〇 三卄 平方開得三十六步。卽虛黃方也。其餘依法求之。合問。

據此問。既別得大小差正數。自可以求得黃方面也。諸如此類。實不須草。然今特爲細草者。庶使後學知其來歷也。

或問大差弦較較。減皇極弦。餘四十九步。小差弦較和。減太虛弦。餘一百三十八步。又皇極差一百一十九步。問荅同前。

法曰。併前二數。爲冪。內減極差冪。爲平實。從、空二益隅。得虛弦 一〇二

草曰。別得大差弦較較。與小差弦較和。皆同爲圓徑也。又二數相併。得 卄丌 爲明弦重弦共。又爲極和內少兩个虛弦也。其一百三十八。卽虛和也。 三卄 則旁差也。立天元一爲虛弦。加入一百三十八。得 一兀 三三 爲圓徑也。又加入 三卄 得 一兀 卄丌 爲極弦。以自之。得 一 三三兀 三三丌 又倍之。得 二 三三兀 三三三 內却減極差冪。 三卄 得下式。二 三三兀 三三丌 爲和冪。寄左。乃倍天元。加併數。得 三兀 卄丌 爲極和。以自增乘。得 三 三三兀 三三三 爲同數。與左相消。得 十 〇兀 三〇三 開平方。得一百二步。卽虛弦也。加入一百三十八。得二百四十步。爲圓徑。合問。前二數相併。加虛弦。便是極弦。

或問小差不及平弦五十六步。高弦不及大差一百五步。問荅同前。

法曰以前數自之爲實二數相減爲法得平勾六十四

草曰別得云數相併得 一上一 爲平勾不及高股也此數得極差則通差也此數內減虛差則極差也云數相減餘 三𠆢 卽城徑不及極弦也以前數減於半徑餘卽平勾也以後數加於半徑卽高股也倍前數加小差則爲股圓差之勾也此與前數加平弦同倍後數減於大差則爲勾圓差之股也此與後數減於高弦同立天元一爲平勾加相併數得 一元 一上一 卽高股也又加天元得 二元 一上一 卽極弦也內減二云數差得 二元 一一 爲城徑也半之得 一元 三上 以自之得 一 一上元 三千三上 爲半徑冪 寄左 然後以天元乘高股得 一 二上元 爲同數與左相消得 三𠆢 三千三上 上法下實得六十四步卽平勾也合問

又法云數相得爲實相減爲法得半徑 一〇

草曰立天元爲半徑副之上內減五十六得 一元 三千 爲平勾下加一百五得 一元 一〇三 爲高股上下相乘得 一 三𠆢元 三百九〇 爲半徑冪 寄左 以天元冪與左相消得下式 三𠆢 三百九〇 上法下實得一百二十步卽半徑也合問

或問通勾通弦共一千步大差小差共得四百四十步問荅同前

法曰以二差共減於一千又半之以自乘爲平實以二差共減於一千又半之加入二之前數爲從

前數、謂一千也。○〔案〕此語有誤。應加入二之後數。後數。謂大小二步二分五釐益隅。得勾圓差 ㊀㊀○
差共數。○〔銳案〕當云加入二之後數。爲從。後數。謂四百四十也。

草曰。立天元一爲小差數。加入後數。得 ㊀㊀○ 却以減於前數。得 ㊀㊀○ 折半。得 ㊀㊀○
爲一个圓徑也。以自之。得下式。○㊀㊀ 寄左。然後以天元減後數。得 ㊀㊀○ 爲大
差。以天元乘之。又倍之。得 ㊀㊀○ 與左相消。得 ㊀㊀○ 開平方。得八十步。卽勾圓差
也。

或問皇極三事和。六百八十步。太虛弦和較。問荅同前。

法曰。二數相得。爲實。半之後數。爲益從。五分常法。平開。得城徑 ㊀㊀○

草曰。別得皇極三事和。卽大弦也。立天元一爲圓徑。內減三个後數。而半之。得 ○㊀㊀ 爲
太虛大小差併也。却加入兩个後數。得下 ○㊀㊀ 爲虛和也。又以虛和減天元。得下 ○㊀㊀
爲虛弦也。置通弦。卽皇極三事和也。內加天元。得下式。 卽通和也。乃置通和。以虛弦乘之。
得下式。○㊀㊀ 寄左。再置虛和。以通弦乘之。得下 ㊀㊀○ 爲同數。與左相消。得
○㊀㊀ 開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問出南門行一百三十五步。有樹。出北門行一十五步。折而東行二百八步。望見樹。問荅同前。

法曰。以東行步。乘南行步。得數。又自乘。爲實。以東行步自乘。乘南行步。又倍之。爲從。東行步自乘、於上。

併南北二行步。以減於東行步。餘數自之爲冪。以減上再寄位。又併南北二行步。以東行步乘而倍之。內減再寄爲第一益廉。四之東行步。於上又併南北二行步。減於東行步。又四之。減上位爲第二益廉。四步虛隅開三乘方。得半徑。

草曰。立天元一爲半徑。（卽高勾也。）置南行。加天元。得 。以高弦乘之。得 。復以高勾除之。得下式 。爲大弦也。令之自乘。得 。（寄位。） 。以高弦乘之。得 。爲高弦也。置大勾。 。以高弦乘之。得 。爲大股。復用大勾二百八減之。得。爲較也。以又置二之天元。加南北行併。得 。爲大股。復用大勾二百八減之。得 。爲較也。以自乘。得 。爲較冪。以減寄位。得 。 。（寄左。）再置大股 。以大勾 。乘之。得 。爲直積。又倍之。得 。爲同數。與左相消。得 。翻法開三乘方。得一百二十步。卽城徑之半也。合問。

或問出北門一十五步。折而東行二百八步。有樹。出西門八步。折而南行四百九十五步。見之。問荅同前。法曰。先置南行步。內減一東二西併步。餘二百七十一。爲前泛率。次併一南二北。內減東行步。餘三百一十七。爲中泛率。次併東西步。以南行步乘之。於上位。又以西行、乘南北併。得數。減上位。餘一十萬二千八百四十。爲後泛率。乃以後泛率自乘。得一百五億七千六百六萬五千六百。爲三乘方實。以前中二泛相減。餘四十六。以乘後泛數。爲從。前中二泛相乘。得八萬五千九百〇七。加入二之後泛數。共得

二十九萬一千五百八十七、於上位。又併東西行。（銳案）當云又以乘南北併。得二十二萬三百二十。加上位。通得五十一萬一千九百七。爲第一廉。二之前泛數。加入四之東西併。（銳案）當云二之南北倍東西併。得一千四百五十二、於上位。又以前中二泛相減。餘四十六。減上位。餘一千四百六。爲第二廉。一步常法。得半徑。（案）此法・乃取於又法草中・其求第二廉云・二之前泛數句誤・當云二之四數併・若二之前泛數・加入四之東西併・便得第二廉一千四百零六・更不待再減・然原文之意・不如是也・草曰。立天元一。爲半城徑。加入東行西行併得 爲大股也。置西行八步。以大股乘之。得下式。 合以大勾除之。不除。寄爲母。便以此爲股尖也。置南行四百九十五步。減天元。得 用分母大勾乘之。乘訖。得下式。 內減了股尖餘 爲小股也。（內帶大勾分母・）置小股。合以大勾乘了。復以大股除之。爲小勾。今爲小股內。已有大勾爲母。更不須乘。只以小股 便爲小勾也。（內帶大股爲母・）小勾小股相乘。得數爲一个小勾股相乘直積。內帶大勾股相乘直積爲分母也。乃以半城徑（即天元也・）除之。爲一个弦較和也。 此法本取勾外容圓。合以弦較和除二積。爲勾外所容之圓。今用半天元圓徑。除一个積。則却得一个弦較和也。內依舊帶大積分母也。（寄左・）然後再置小股 合用大積乘之。緣內已帶大勾分母。今只用大股 乘之。得 爲大積所乘小股。於上再置小勾。合用大積乘之。緣內已帶大股分母。合只用大

勾一元二十七乘之得十一萬三千四百二十九爲大積所乘之小勾也以此小勾減上小股得一百三十五步即帶分小較也又二因小較得此下式一萬三千四百二十九爲帶分二較也又以大勾股直積一十一萬二千乘二之天元半圓徑得二十二萬六千八百五十八爲一个帶分弦較較也（弦較較乘弦較和爲二直積・既以圓徑・除二直積・爲弦較和・則是圓徑爲弦較較也・今又爲半天元圓徑・除一積・爲弦較和・故倍天元半徑・作一个弦較較也・）遂將此弦較較加入前二較得二十二萬六千九百八十七亦爲一个弦較和也與寄左相消得下式十一萬三千四百二十九開三乘方得一百二十步即半城徑也合問

又法此問係是洞淵測圓門第一十三前荅亦依洞淵細草用勾外容圓術以如於弦較和然其數煩碎宛轉費力今別草一法其廉從與前不殊而中間段絡逕捷明白方之前術極爲省易學者當自知也

立天元爲半徑副之下併加東西行得一元二十七爲通勾率下併加南北行得一元三十爲通股率乃置西行八步以通股乘之得下式一萬三千四百二十九用通勾乘之得十一萬三千四百二十九合通勾除不除寄爲母便以此爲南小股也又置南行四百九十五步內減天元得下式一萬三千四百二十九爲股圓差也內帶通勾分母又置北行一十五步以通勾乘之得一萬三千四百二十九合通股除不除寄爲母便以此爲北小勾也又置東行二百八步內減天元得下式二萬六千九百八十七用通股乘之得十一萬三千四百二十九爲勾圓差也（內帶通股分母・）乃以二差相乘得下式

爲半段圓徑冪也。內帶通積爲母。寄左。然後以通勾通股相乘。得

以天元冪乘之。得

又倍之。得下式。

爲同數。與左相消。所得廉從。一與前同。合問。

〔案〕洞淵。疑爲古之精於算者。序中謂老大以來。得洞淵九容之說。而於此問。又明其爲洞淵測圓門第十三題。前荅亦依其細草。大抵是書之作。皆師其意而演之者也。今洞淵之爲人與書。雖不可考。而卽此一草觀之。其取徑遙深。而惟變所適。亦可見文豹之一斑矣。至謂其數煩碎。宛轉費力。特爲初學難易而言。讀者宜善會也。

測圓海鏡細草卷第十二

翰林學士知制誥同修國史欒城李冶撰

之分一十四問

或問甲乙二人俱在西北隅乙向直東行不知步數而止甲向直南行望見乙復向乙斜行甲告乙云我直行斜行共一千二百八十步汝東行步居我南行步十五分之八

法曰十六之共步冪爲實二百五十七之共步爲益從一十六步常法得勾圓差

草曰別得共步即股弦共也立天元一爲小差以乘共步爲勾冪就分以二百二十五通之得

爲二百二十五段勾冪寄左然後再置共步內減小差得

爲二股就分四之得

爲一十五勾以自之得

爲同數與左相消得

平方開之得八十步即小差也既得小差加共步而半之得六百八十步即弦也若以減共步而半之得六百步即股也以股冪減弦冪餘一十萬二千四百步開平方得三百二十步即勾也勾股相乘倍之得三十八萬四千步爲實以弦和和一千六百步爲法實如法而一得二百四十步即城徑也合問

或問甲乙二人俱在西北隅乙直南行不知步數而立甲直東行望見乙復向乙斜行與乙相會甲云我

共行了一千步又云我東行步居汝南行步十五分之八

法曰二百二十五段共步冪爲實七百六之共步爲益從二百二十五步常法得股圓差 三一〇

草曰別得共步即勾弦共也立天元一爲大差以乘共步得 一〇〇〇元 又就分以二百五十六通之得 一〇〇〇元 爲二百五十六个股冪 寄左 然後再置共步內減天元大差得 一〇〇〇 爲二勾就分以一十五之得 一〇〇〇元 一〇〇〇 爲十六个股也以自之得 二五三 一〇〇〇元 一〇〇〇 爲同數與左相消得 二五三 一〇〇〇 開平方得三百六十步即大差也副置共步上位減大差而半之得三百二十步即勾也下位加大差而半之得六百八十步即弦也餘數各以法求之合問

或問甲乙俱在西北隅甲南行不知步數而立乙東行亦不知步數望見甲斜行與之相會乙云我東行步少於城周九分之五甲云我南行却多於汝東行二百八十步問荅同前

法曰別得周居九分徑居三分乙東行居四分〔秦〕此法未詳當加倍較步爲實徑分數自之內減二分數爲法得數三之即城徑二十四字〇〔銳案〕此文當在草曰之下其法蓋脫去耳據草補之當云倍東行步爲實徑分自之內減二分爲法得一分之數

草曰立天元一爲一分之數以三之得 三元 爲徑以四之得 三元 爲勾以徑減勾餘 一元 爲小差只天元便是小差再置小差加入甲多步得 一元 二一〇 爲大差倍大差以天元乘之得 二一 三一〇元 爲一段圓徑冪 寄左再置城徑以自之得下式 三一 〇元 爲同數與左相消得 十 三一〇 上法下實得

八十步。卽一分之數也。以三之。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲出西門南行。不知步數而立。乙出北門東行。望見甲。既而乙云。我所行居城徑六分之五。甲云。然則我所行。却多於汝二百八十步。問荅同前。

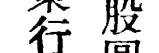
法曰。四之却多步。爲實。分母自之。於上半分母。減子。得數。倍之。又以減數乘之。減上位。爲法。得一分之數 ||||o

草曰。別得却多步。卽勾股差也。乃立天元一爲一分之數。以六之。爲城徑。以五之。爲乙行。置乙行。內減半城徑。得 |||元 爲小差也。又加入却多步。得 |||元 ||||o 又二之。得 ||||元 ||||上 爲二大差。又以小差乘之。得 |||| 上|||上 爲徑冪。寄左。然後以徑冪 |||上 o上 與左相消。得下 ||||| 上|o 上法下實。得四十步。卽一分之數也。六之。則爲城徑。五之。則爲乙行。又以却多步加乙行。卽甲行步也。合問。

或問甲丙二人俱在西北隅。甲向東行。不知步數而立。丙向南行。望見甲。與之相會。丙語甲云。我行既多於汝。又城徑少於我四十六分之十六。甲云。然則吾二人共行了九百二十步。問荅同前。

（案）四十爲股分。十六爲徑。當云徑少於我爲四十分之十六。原文脫爲字。似十六爲股圓差分矣。

法曰。倍子減倍母。以乘共行步。爲實。倍子減倍母。以乘子母併數。於上。又以子冪加上位。爲法。如法得一十五步。卽一分之數也。

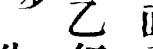
草曰。別得共行步。卽通和也。又別得四十分之十六。或作二十分之八。或作十分之四。亦得。但所得之分數不同耳。乃立天元一爲一分之數。以十六之。爲城徑。以四十之。爲丙行。以丙行減和步。得 爲通勾。勾內減徑餘得 爲小差。於上以分母分子相減餘 又倍之得 爲兩个大差。以乘上位。得 爲圓徑冪。寄左。然後以分子十六分自之。得下 與左相消。得  上法下實。得一十五步。卽一分之數也。以十六之。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲乙俱立於城中心。乙出東門直行。不知步數而立。甲出南門直行。亦不知步數。望見乙。向乙斜行。與之相會。乙云。我行居汝南行十五分之八。又云。斜行步內。若減甲直行。餘三十四步。若減乙直行。餘一百五十三步。問荅同前。

法曰。以云數二減步。爲小差大差。以相乘。倍之。開平方。加入大小差併。以自之。於上。又以大小差相較較以自之。減上位。爲實。甲行分。乙行分。相乘。又倍之。爲隅法。得一分之數

草曰。別得云步相併。得一百八十七。是於皇極弦內少一个皇極黃方面也。又別得三十四步。是个小勾圓差。其一百五十三步。是一个小股圓差。此二差又相減。餘一百一十九。卽中差也。乃立天元一爲一分之數。以八之。得 爲乙東行數。以十五之。得 爲甲南行數。以二數相乘。又倍之。得

𝍠𝍠𝍠

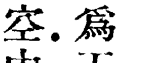
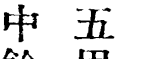
大弦冪。寄左。然後置大弦六百八十步。以自之。得  與左相消。得 平方開之。得四十步。卽一分之數也。以六之得二百四十步。卽城徑也。合問。

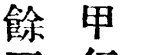
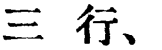
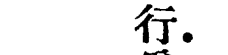
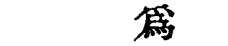
或問甲出西門南行。不知步數而立。乙出北門東行。見之。乙斜行與甲相會。甲乙二人共行了一千三百六十步。其甲南行。居斜十七分之十二。其乙東行。居斜十七分之五。問荅同前。

法曰。別得共步。卽二弦也。半共步。得六百八十步。副置之。上位以五之。得三千四百。以十七而一。得二百步。卽乙東行也。下位以十二之。得八萬一千六百。以十七而一。得四百八十。卽甲南行也。二行相減。餘二百八十。卽勾股差也。其餘各依數求之。合問。

或問甲出西門南行。不知步數而立。乙出北門東行。望見之。既而乙謂甲云。我取汝六分之五。得六百步。甲謂乙云。我取汝五分之三。亦得六百步。問荅同前。

法曰。如法求得各行步。（案）見後草。相併。以自之。於上。併甲南行冪乙東行冪。以減上。爲實。併各行。爲從。半步常法。得全徑。

草曰。置  乙取甲六分一之五一六百步  甲取乙五分一之三一六百步以上六分五分各自直乘步數訖。

得  六分一之五一三千六百步  五分一之三一三千步別得右行三千六百步。爲六乙行。五甲行也。左行三千步。爲五甲行、三乙行也。以方程法入之。乃再置  五甲行一六乙行一三千六百步  五甲行一三乙行一三千步先以左行直減右行。右上空中餘三乙行。

下餘六百步。上法下實。得二百步。卽乙行也。却以今右行減於元左行。上餘五甲行。中空。下餘二千四百步。上法下實。得四百八十步。卽甲行也。既得此數。乃立天元一爲城徑。以半之。副置二位。上以加甲行。得 ○|||| ≡|○|| 爲通股。以自之。得 ○|||| ≡|○|| ≡|○|| 爲大股冪。下位加乙行。得 ○|||| ≡|○|| 爲通勾。以自之。得 ○|||| ≡|○|| ≡|○|| 爲大勾冪。二冪相併。得 ○|||| ≡|○|| ≡|○|| 爲大弦冪。寄左。乃併甲行乙行。以自乘。得下式 ≡|○|| ≡|○|| ≡|○|| 亦爲大弦冪。與左相消。得下 ○|||| ≡|○|| 開平方。得二百四十步。卽城徑也。合問。

或問甲從坤隅南行。不知步數而立乙從艮隅東行。望見之。既而乙謂甲云。我所行。取汝所行三分之一。得二百步。甲謂乙云。我所行內減汝所行四分之三。得三百步。問荅同前。

法曰。如法求得各行步。（案）見後草。以相乘。又二之。開平方。得全徑。

草曰。置〈乙取甲三分一之一一二百步 甲取乙四分一之三一三百步〉以上三分四分。直乘步數訖。得 三分一之一一六百步 四分一之三一一千二百步 別得右行六百步。爲三乙行一。甲行也。左行一千二百步。爲四甲行內少三之乙行步也。以方程法入之。乃再置〈一甲行一三乙行一六百步 四甲行一三乙行負一一千二百步〉先以左行直加右行。右上得五甲行。中空下一千八百步。上法下實。得三百六十步。卽甲行也。次以一甲行。減元右行六百步。餘二百四十步。以中三除之。得八十步。卽乙行步也。甲行乙行二數相乘。得數。又倍之。開平方。卽城徑也。合問。

或問股圓差。如股五分之三。勾圓差。如勾四分之一。又云。其大小差相減。餘二百八十步。問荅同前。

法曰。二之中差。爲實。置股子。以勾母乘之。內減股母。爲法。得小差 ||||o

草曰。別得勾圓差。卽小差。股圓差。卽大差。云步。卽中差。乃立天元一爲小差。以四之。爲勾。勾上加中差。得 ||| ||||o 爲股。又三之。得 ||||o 爲五个大差也。內減五之天元。得 |||| ||||o 爲五个中差也。寄左。乃以五之相減步 ||||o 與左相消。得 |||| |||o 上法下實。得八十步。卽小差也。合問。

或問股圓差。如股五分之三。勾圓差。如勾四分之一。又云勾母每分。少於股母每分。四十步。問荅同前。

法曰。二之少步。爲實。以股子母相減數。減勾子母相減數。爲法。如法得小差 ||||o

草曰。立天元一爲勾圓差。便爲勾母每分數。以天元加四十步。得 |||| |||o 爲股母每分數。於上。乃以股子減股母。餘二分。以乘上位。得 || |||| 爲城徑。寄左。再置天元在地。以勾子減勾母。餘三分。以乘之。得 ||| o|||| 爲同數。與左相消。得下 十 ||||o 上法下實。得八十步。卽勾圓差也。合問。

或問甲出南門直行。乙出東門直行。望見甲斜行與甲相會。甲云。我行。不及股圓差二十四分之十五。乙云。我行。不及勾圓差五分之四。又云甲行。多於乙行一百一十九。股圓差。多於勾圓差二百八十。問荅同前。

法曰。以大差母分二十四。以乘甲多步一百一十九。得數。倍小差母五。得一十。以乘之、於上。以小差母

五乘二之二差相較數又九之減上位爲實倍小差母得一十却以小差乘之又九之於上倍甲分母以小差母乘之得數減上位以爲法得一分之數 ㇐

草曰立天元一以爲小差一分之數（此一分之數・便是乙直行也・）以五之得 ㇐㇐ 爲小差加二百八十得下 ㇐㇐〇 爲大差又倍之得 ㇐〇㇐ ㇐㇐〇 以小差乘之得下式 ㇐〇㇐ ㇐㇐〇 （〔鋭案〕小差本爲元・此及下文倍小差母得一十以乘之・竝退一位爲太・） 爲一个圓徑冪又九之得 ㇐㇐〇㇐ ㇐㇐〇〇 寄左・乃又置乙行步加一百一十九 ㇐〇㇐ ㇐㇐ 即甲行步也以二十四之得 ㇐㇐〇㇐ ㇐㇐㇐㇐ 爲九个大差也倍小差母得一十以乘之得 ㇐㇐〇㇐ ㇐㇐㇐〇 爲同數與左相消得 ㇐〇㇐ ㇐㇐〇 上法下實得一十六步即小差一分之數也既得此數餘各如法求之合問

或問大勾大股大弦三事和一千六百步以明勾除大股得八步三分之一以重股除大勾得一十步三分之二以虛勾明勾相減餘二十四步以虛股重股相減餘六十步問荅同前

法曰倍六十步加入大三事和又三之二而一爲實併二云數分母分子內減六步爲法如法得重股三十

草曰別得六十步與二十四步二數相併而半之得 ㇐㇐ 即明勾重股差也又爲虛勾虛股差也若以二數直相減即虛黃方也其二十四步得二虛勾即半徑也其六十步得二重股亦爲半徑也立天

元一爲直股。加差步得 爲明勾也。以乘八步三分之一得 爲大股也。以天元乘一十步三分之二得 爲大勾也。勾股相併得下 爲大和也。寄左。然後四之天元。加入二之六十步得 爲小三事和。以小三事和加入大三事和。爲二个大和也。合折半爲大和了。又就分三之。爲前數。今不折半三因。但身外加五得 爲同數。與左相消。得 上法下實。得三十步。即直股也。四之直股。加入二之六十步。得二百四十步。即城徑也。合問。

〔案〕之分。即通分也。張邱建謂學者不患乘除之爲難。而患通分之爲難。又謂夏侯陽之方倉。孫子之蕩杯。皆未盡其妙。於是作爲算經三卷。以發其意。是書末設十四問。皆以立天元一之法、御之。尤爲簡妙。殆所以明立天元一之法。其用無不周也。又案問中。兩言以方程入之。張邱建算經內數問。亦然。蓋有通分而乘除不窮。有方程而通分益便。此又因通分及之。非立天元一本法也。秦九韶謂時人誤以大衍法爲方程者。蓋此類也。

〔案〕右書十二卷。皆爲立天元一法而作也。其法神明變化。不可端倪。今略舉數端言之。如諸法中有求之不可得者。此法求之可得。若此法求之不可得者。則必不可求矣。又諸法中有難求者。雖強探力索。毫釐未至。則不可得。此法但知大意。不待深思。加以步算。即可得矣。又諸法中有所求或先

得彼而後得此者。不能移易。此法任其所求或先得此或先得彼。無不如志。又諸法有數始可求。一數不具。則不可求。此法數不具。亦可求。且有無數卽可求者。又諸法遇甚繁甚密者。須次第步算。或累日累月。其功不能再省。此法有經年步算。可約之頃刻而得者。凡此皆尋常智慮所不能及。要皆自然之理數。易知易從。然自不習者觀之。蓋有茫然莫解其故者矣。是書之作。殆深憂傳習者難其人。而其法遂泯於後世也。其謄寫魯魚。算式舛譌。今悉正之。

敬齋先生測圓海鏡後序

敬齋先生病且革。語其子克脩曰。吾平生著述。死後可盡燔去。獨測圓海鏡一書。雖九九小數。吾常精思致力焉。後世必有知者。庶可布廣垂永乎。　先生於六藝百家。靡不串貫。文集近數百卷。常謙謙不自伐。惟於此書不忘稱異於易簀之間。想有元妙內得於心者。予以　先生與先人同牓之故。素常兄事克脩。克脩兄命予重爲序之。予不敢詭論豔藻。刻畫無鹽。唐突西子。直以所聞語意。載之於後。至元二十四年春三月朔翰林修撰承直郎廣平王德淵後序

天元如積之學盛於元亡於明而復顯於本朝梅文穆公赤水遺珍天元一卽借根方解發三百年來算家之蒙可謂有功矣惟立天元術相消與借根方兩邊加減實有不同文穆於此似猶未達其旨蓋相消之法大略與方程直除相似但以右行對減左行或以左行對減右行故曰相消西人易爲加減雖得數不殊究不如古法之簡且易也浙江學使阮閣學芸臺先生學貫天人振興絕業以言立天元者莫詳於海鏡惜其流傳未廣將重付剞劂出所藏舊鈔本寄示命爲校勘爰依術布算訂其算式間有轉寫脫漏設數偶合處輒因管見所及是正其譌凡若干條極知固陋無補古人質之閣學幸垂誨焉嘉慶二年三月十九日元和李銳跋

王雲五主編

叢書集成初編

測圓海鏡細草

二冊

中華民國二十四年十二月初版

撰者 李冶

發行人 王雲五 上海河南路

印刷所 商務印書館 上海河南路

發行所 商務印書館 上海及各埠

（本書校對者周藎侯）